

**Methodenentwicklung
zur Durchführung von
Unsicherheits- und
Sensitivitätsanalysen
im Rahmen einer
probabilistischen
Dynamikanalyse**

Technischer Bericht/ Technical Report

Reaktorsicherheitsforschung-
Vorhabens Nr.:/
Reactor Safety Research-Project No.:
RS1180

Vorhabentitel / Project Title:
Weiterentwicklung und
Erprobung von Methoden
und Werkzeugen für
probabilistische Sicherheits-
analysen

Development and Test
Applications of Methods and
Tools for Probabilistic Safety
Analyses

Berichtstitel:
Methodenentwicklung zur
Durchführung von Unsicher-
heits- und Sensitivitätsana-
lysen im Rahmen einer
probabilistischen
Dynamikanalyse

Autor / Authors:
J. Peschke,
B. Krzykacz-Hausmann

Berichtszeitraum / Publication Date:
August 2010

Anmerkung:

Das diesem Bericht zugrunde
liegende F&E-Vorhaben wurde im
Auftrag des Bundesministeriums
für Wirtschaft und Technologie
(BMWi) unter dem Kennzeichen
RS1180 durchgeführt.

Die Verantwortung für den Inhalt
dieser Veröffentlichung liegt beim
Auftragnehmer.

Kurzfassung

Um in einer PSA mögliche Unfallszenarien nach Auswirkung und Wahrscheinlichkeit möglichst realistisch modellieren und bewerten zu können, wurde in der GRS im Rahmen der Forschungsarbeiten RS1111 /HOF 01/ und RS1148 /PES 06/ die Methode MCDET (Monte Carlo Dynamic Event Tree) sowie eine Methode entwickelt, mit der menschliche Handlungsabläufe dynamisch modelliert werden können. Diese Methoden erlauben die Durchführung einer probabilistischen Dynamikanalyse, die insbesondere für bestimmte Fragestellungen im Rahmen einer PSA eingesetzt werden kann, in denen zeitliche Abhängigkeiten und Wechselwirkungen zwischen menschlichen Handlungen, System- und Prozessverhalten sowie stochastischen Einflussgrößen eine maßgebliche Rolle spielen und mit denen diese Wechselwirkungen in ihrer zeitlichen Entwicklung integral analysiert werden können.

Um im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse unter Verwendung der MCDET-Methode eine Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse in der üblichen Art durchzuführen, müssen die Unsicherheiten der epistemischen und aleatorischen Größen getrennt berücksichtigt werden. Eine solche Trennung ist über eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation zu erreichen. Die Durchführung einer probabilistischen Dynamikanalyse mit der MCDET-Methode ist oftmals sehr rechenzeitintensiv. Deshalb ist die Durchführung einer zweistufig geschachtelten Simulationsschleife zur Trennung aleatorischer und epistemischer Unsicherheiten im Allgemeinen nicht praktikabel, so dass die epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse nicht wie gewohnt angewendet werden kann. Trotz erster Überlegungen /HOF 01/ steht bislang keine zufriedenstellende alternative Methode zur Durchführung einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für probabilistische Dynamikanalysen zur Verfügung, die bzgl. des Rechenaufwands praktikabel wären.

In der vorliegenden Arbeit wurden hierzu zwei alternative Methoden zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für die Ergebnisse einer MCDET-Analyse entwickelt. Die beiden Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse wurden im Rahmen eines Anwendungsbeispiels, in dem Eintritt und Folgen einer Wasserstoffverbrennung im Containment nach einem Kühlmittelverluststörfall untersucht werden, erfolgreich erprobt. Sie lieferten Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen, die sich weitgehend mit denjenigen deckten,

die sich über das genauere Verfahren einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ergeben haben.

Da die beiden entwickelten approximativen Methoden jeweils ihre Vor- und Nachteile bei der Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse haben, wird eine Vorgehensweise vorgeschlagen, die abhängig von der gegebenen Situation die Auswahl einer der beiden alternativen Methoden für die Anwendung gestattet. Damit soll der zusätzliche Aufwand für die durchzuführende approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse möglichst gering gehalten werden.

Abstract

In a probabilistic safety analysis (PSA) accident sequences should be modeled and analyzed as realistic as possible. For that reason at GRS the method MCDET (Monte Carlo Dynamic Event Tree) /HOF 01/ as well as a method allowing to model human actions as a dynamic process /PES 06/ were developed. These methods can be used to perform a probabilistic dynamic analysis, which can be applied for specific problems, where time dependencies and interactions between system- and process behavior, human actions and stochastic influences have to be taken into account and which can be used to analyze these interactions in an integral way in the course of time.

The usual uncertainty- and sensitivity-analysis of results of a probabilistic dynamics analysis using the MCDET-method requires a separate consideration of aleatory and epistemic uncertainties. This can be attained by a nested two loop Monte-Carlo-Simulation. Nevertheless, the calculations of a probabilistic dynamics analysis using the MCDET-method generally are very time consuming. For that reason a nested two loop Monte-Carlo-Simulation generally is not practicable within a MCDET-analysis and therefore an uncertainty- and sensitivity analysis cannot be applied as usual. Despite first considerations /HOF 01/ no satisfying methods exist up to now which can be used to perform an epistemic uncertainty- and sensitivity analyses within a probabilistic dynamics MCDET-analysis with practicable computational expense.

Within this work two alternative methods for an approximate uncertainty- and sensitivity analysis of the results of an MCDET-analysis were developed. The methods were successfully tested on an application example, where the occurrence and consequences of hydrogen combustion in the containment after a loss of coolant accident are examined. The results of the approximate uncertainty- and sensitivity analysis are in good accordance to the more exact uncertainty- and sensitivity results which were obtained by analyzing the results of the nested two-loop Monte-Carlo-Simulation.

Because both developed approximate methods have their advantages and disadvantages in performing uncertainty- and sensitivity analysis, an approach is proposed to select one of the alternative methods depending on the conditions of the analysis. This approach aims to reduce the additional effort used to perform an approximate uncertainty- and sensitivity analysis.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Problembeschreibung und Motivation der Methodenentwicklung	6
2.1	Die MCDET-Methode zur Durchführung probabilistischer Dynamikanalysen	6
2.2	Verfahren der zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation	10
2.3	Begründung zur Entwicklung einer approximativen Methode zur Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse	15
3	Methoden zur approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mit MCDET	19
3.1	Überlegungen zur Notwendigkeit der Durchführung einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für eine probabilistische Dynamikanalyse mit MCDET	20
3.2	Verwendung multipler Regressionsfunktionen zur Durchführung einer approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für die Ergebnisse einer probabilistische Dynamikanalyse mit MCDET (Methode 1)	22
3.3	Alternative Methode zur Durchführung einer approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für die Ergebnisse einer probabilistische Dynamikanalyse mit MCDET (Methode 2)	29
3.3.1	Mathematische Grundlagen der alternativen Methode zur approximativen Unsicherheitsanalyse	30
3.3.2	Mathematische Grundlagen der alternativen Methode zur approximativen Sensitivitätsanalyse	38
4	Beschreibung des Anwendungsbeispiels	42
4.1	Anwendungsbeispiel: Wasserstoffverbrennung im Containment.....	43
4.1.1	Zugrundeliegende Informationen aus ASTEC-Rechnungen.....	43
4.1.2	Beschreibung des vereinfachten dynamischen Prozesses zur Wasserstoffentwicklung und -verbrennung im Containment.....	48

4.1.2.1	Ausgangszustand des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter	49
4.1.2.2	Entwicklung der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter (ohne Kernbespeisung).....	50
4.1.2.3	Entwicklung der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter bei Kernbespeisung	52
4.1.2.4	Maximale Wasserstoff-Masse	53
4.1.2.5	Entwicklung der Dampfmasse, der Temperatur und des Drucks im Sicherheitsbehälter	53
4.1.2.6	Ermittlung der rekombinierten Wasserstoff- und Sauerstoffrate	55
4.1.2.7	Druck- und Temperaturspitzen bei Wasserstoffverbrennung	57
4.1.2.8	Entzündbarkeit des Gasgemischs – Dreistoffdiagramm	57
4.1.2.9	Entzündung des Gasgemischs durch Rekombinatoren.....	59
4.1.2.10	Vollständige bzw. teilweise Verbrennung von Wasserstoff.....	61
4.1.2.11	Wassereinspeisung in den Kern	62
4.1.2.12	Aktivierung des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter	62
4.1.2.13	Versagen des Sicherheitsbehälters	62
4.2	Spezifikation aleatorischer und epistemischer Unsicherheiten des Modells	63
4.2.1	Unsicherheit bzgl. der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter ohne Kernbespeisung (Parameter 1)	63
4.2.2	Unsicherheit bzgl. der Erhöhung der Wasserstoff-Massenstromrate bei Wassereinspeisung in den Kern (Parameter 2).....	64
4.2.3	Unsicherheiten bzgl. der Auswirkung des Sprühsystems auf die Dampfmasse, Temperatur und Druck im Sicherheitsbehälter (Parameter 3)	65
4.2.4	Unsicherheiten bei der Ermittlung der rekombinierten Wasserstoffrate (Parameter 4 und 5).....	66
4.2.5	Unsicherheit bzgl. der Verfügbarkeit der Wassereinspeisung in den Kern (Parameter 6)	66
4.2.6	Unsicherheit bzgl. der Verfügbarkeit des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter (Parameter 7).	67

4.2.7	Kenntnisstandunsicherheit über den kritischen Spitzendruck (Versagensdruck), bei dem der Sicherheitsbehälter versagt (Parameter 8)	67
4.2.8	Zeitpunkt der Aktivierung des Sprühsystems (aleatorische Größe 1)	69
4.2.9	Zeitpunkt der Wassereinspeisung in den Kern (aleatorische Größe 2 und 3)	69
4.2.10	Anteil des verbrannten Wasserstoffs (aleatorische Größe 4)	70
4.2.11	Verzögerungszeit bis zum Eintritt der Wasserstoffverbrennung (aleatorische Größe 5)	71
5	Erprobung der entwickelten approximativen Methoden am Anwendungsbeispiel und Darstellung der Ergebnisse.....	73
5.1	Ergebnisse der MCDET-Analyse unter Anwendung einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation	74
5.2	Approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse unter Verwendung der Ergebnisse aus multiplen Regressionsfunktionen	85
5.3	Anwendung der alternative Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse	95
5.4	Vorgehen für eine effiziente approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse	104
6	Zusammenfassung und Schlussfolgerung.....	107
7	Literatur.....	111
8	Abbildungsverzeichnis.....	113
9	Tabellenverzeichnis.....	115
10	Verteiler	117

1 Einleitung

Nach Stand von Wissenschaft und Technik ist für die Aussagen probabilistischer Sicherheitsanalysen (PSA) zu unterscheiden zwischen

- den Unsicherheiten, die sich aufgrund stochastischer Variabilität (aleatorisch) ergeben und
- den Kenntnisstandunsicherheiten (epistemisch), die bzgl. verschiedener Parameter eines Modells, Modellannahmen, Phänomene physikalische Prozesse etc. existieren.

Aleatorische (stochastische) Unsicherheiten gehen in die PSA-Aussagen ein und sind der Grund, weshalb die Sicherheitsanalyse probabilistisch ist. Epistemische Unsicherheiten hingegen bestimmen, wie genau die PSA-Aussagen nur getroffen werden können.

Die herkömmliche Unsicherheitsanalyse ermittelt insbesondere den Einfluss von Kenntnisstandunsicherheiten in den Modellparametern auf die Unsicherheiten von Rechenergebnissen. Solche Analysen können z. B. mit der in der GRS entwickelten Software SUSA (Software for Uncertainty-and Sensitivity Analyses) durchgeführt werden. Um eine Trennung der aleatorischen und epistemischen Unsicherheiten bei der Unsicherheitsanalyse methodisch effizient zu unterstützen, wurde die um die Stochastik erweiterte Version SUSA-AB entwickelt /KLS 06/.

Einsatzgebiet von SUSA-AB sind Anwendungen von deterministischen Rechenmodellen, die bei geringem Prozessorzeitbedarf Ergebnisse für Teilaufgaben einer PSA liefern. Eine grundlegende Bedingung für die Anwendung von SUSA-AB ist, dass sowohl die aleatorischen als auch die epistemischen Unsicherheiten keine komplexen Abhängigkeiten vom Zustand des dynamischen Prozesses aufweisen. So dürfen z. B. Lebensdauern technischer Komponenten und/oder der Kenntnisstand zu entsprechenden Ausfallraten nur in einfacher Form von der zeitlichen Entwicklung der Dynamikgrößen des Gesamtsystems bestehend aus physikalischem Prozess, Systemverhalten und menschlichen Handlungen abhängen. D. h., die zur Beschreibung sowohl der aleatorischen als auch der epistemischen Unsicherheiten spezifizierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen dürfen sich nicht in Abhängigkeit des Prozesszustandes ändern und bleiben für den gesamten Prozessablauf gleich.

Aleatorische Unsicherheiten, aber auch epistemische Unsicherheiten, stehen jedoch häufig in starker Wechselwirkung mit der zeitlichen Entwicklung der im deterministischen Rechenmodell abgebildeten System- und Prozessgrößen. Z. B. kann die Ausfallrate einer Pumpe unter extremen Prozessbedingungen höher sein als unter normalen Bedingungen. Hier kann der extreme Prozesszustand sowohl einen Einfluss auf die aleatorische Größe, z. B. Ausfallzeitpunkt der Pumpe (höhere Ausfallrate), als auch auf die Kenntnisstandsunsicherheiten bzgl. der entsprechenden Ausfallrate haben. Für einen extremen, auslegungsüberschreitenden Prozesszustand ist beispielsweise die Einschätzung der Ausfallrate unsicherer als für den normalen Prozessablauf, für den die Pumpe ausgelegt ist.

Die Entwicklung und Erprobung einer geeigneten Methodik zur Modellierung dieser Dynamik-Stochastik Wechselwirkungen waren Gegenstand des Projekts RS1111, in dem die Methode MCDET- (**M**onte **C**arlo **D**ynamic **E**vent **T**ree) entwickelt und als Analysewerkzeug implementiert wurde /HOF 01/. MCDET ist eine Methode zur Durchführung von probabilistischen Dynamikanalysen und besteht aus einer Kombination aus Monte-Carlo-Simulation und diskreter dynamischer Ereignisbaum Methode. Die MCDET-Methode wurde in Form eines Stochastik-Moduls implementiert, das an beliebige deterministische Rechencodes gekoppelt werden kann. Mit der MCDET-Methode wird eine realistische Modellierung eines repräsentativen Spektrums von Unfallabläufen ermöglicht.

Die Anwendung der probabilistischen Dynamikanalyse mit der MCDET-Methode ist insbesondere für Fragestellungen im Rahmen einer PSA sinnvoll, in denen zeitliche Abhängigkeiten und Wechselwirkungen zwischen menschlichen Handlungen, System und Prozessverhalten und stochastischen Einflussgrößen eine wesentliche Rolle spielen und einen Einfluss auf das probabilistische Ergebnis haben können. Die ist z.B. bei der Analyse von Unfallabläufen im Rahmen einer PSA der Stufe 2 oder bei der Analyse von Notfallmaßnahmen der Fall. Desweiteren ist die MCDET-Methode geeignet, komplexere stochastische Einflüsse auf ein Störfallereignis bzw. auf einen Unfallablauf zu modellieren und zu analysieren (z. B. Pumpe speist mit zufällig verringerter Rate ein, Ausführungszeiten menschlicher Handlungen in Abhängigkeit von Leistungsbeeinflussenden Faktoren, Ausfallwahrscheinlichkeit eines Ventils in Abhängigkeit der bisherigen Anforderungen etc.).

Um Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse durchführen zu können, müssen Methoden entwickelt werden, die

eine getrennte Berücksichtigung von aleatorischen und epistemischen Größen ermöglichen. Üblicherweise erfolgt dies durch eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation. In der äußeren Simulationsschleife werden Werte der epistemischen Größen variiert. In der inneren Simulationsschleife wird der Einfluss der aleatorischen Größen auf die Ergebnisse unter der Bedingung der jeweils gegebenen epistemischen Werte der äußeren Schleife ermittelt. Jede innere Simulation liefert summarisch ein probabilistisches Ergebnis unter der Bedingung der in der äußeren Schleife ausgespielten Werte des epistemischen Vektors. Als Ergebnis der zweistufig geschachtelten Simulation erhält man schließlich eine Stichprobe solcher bedingten probabilistischen Ergebnisse, die dann in geeigneter Weise einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse zugeführt werden können.

Die Anwendung der MCDET-Methode über eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation würde für jeden von m zufällig ausgewählten Vektoren der epistemischen Größen jeweils eine Stichprobe von n dynamischen Ereignisbäumen erfordern. Insgesamt würden damit $m \cdot n$ dynamische Ereignisbäume generiert. Wenn der zugrundeliegende deterministische Rechencode, der zur Simulation des betreffenden Stör- bzw. Unfallablaufs verwendet wird, sehr rechenzeitintensiv ist, wird die zweistufig geschachtelte Simulation in der Regel nicht praktikabel sein. Die zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation ist grundsätzlich dann durchführbar und vorzuschlagen, wenn die zugrundeliegenden Rechenmodelle nicht sehr rechenzeitintensiv sind.

Um gemäß dem Stand von Wissenschaft und Technik dennoch epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse zu ermöglichen, müssen dazu entsprechende weniger aufwändige Methoden entwickelt werden. Obwohl in /HOF 01/ erste theoretische Überlegungen dazu durchgeführt worden sind, steht bisher keine zufriedenstellende Methode zur Verfügung, mit der im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mit MCDET eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden kann.

In der vorliegenden Arbeit wurden zwei approximative Methoden entwickelt und erprobt, mit denen man mit möglichst geringem zusätzlichem Rechenaufwand zu verwertbaren Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse gelangen kann. Um die Qualität der entwickelten Methoden abschätzen zu können, wurden sie zunächst an einem konkreten Anwendungsbeispiel erprobt. Die Ergebnisse, die sich aus der Anwendung der

approximativen Methoden ergeben haben, wurden mit denjenigen Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen verglichen, die man auf der Basis der Ergebnisse einer zweistufig geschachtelten Simulationsschleife erhalten hat. Aus diesem Grund musste das durch die MCDET-Methode analysierte Anwendungsbeispiel so wenig Rechenzeit benötigen, dass hier eine zweistufig geschachtelte Simulation zur getrennten Berücksichtigung der epistemischen und aleatorischen Größen des Modells durchgeführt werden konnte.

Das Anwendungsbeispiel verwendet ein im Rahmen des SARNET-Programms entwickeltes vereinfachtes dynamisches Modell zur Wasserstoffverbrennung im Containment nach einem Kühlmittelverluststörfall und dem sich daraus ergebenden Spitzendruck, der zu einem Versagen des Sicherheitsbehälters führen kann /RAI 05/. Es bietet neben der Eigenschaft, dass es eine interessante Problematik zur Reaktorsicherheitsforschung behandelt, den zusätzlichen Vorteil, dass mit diesem vereinfachten Modell eine zweistufig geschachtelte Simulationsschleife im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse unter Verwendung der MCDET-Methode durchgeführt werden kann.

Zur Motivation erfolgt in Kapitel 2 eine ausführliche Beschreibung der Problematik, die der Entwicklung einer approximativen Methodik zur Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse zugrunde liegt. Dazu wird der Vollständigkeit halber eine kurze zusammenfassende Darstellung der in der GRS entwickelten Methode MCDET zur Durchführung einer probabilistischen Dynamikanalyse gegeben. Desweiteren erfolgt eine Beschreibung der zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation zur getrennten Berücksichtigung von epistemischen und aleatorischen Modellparametern. In diesem Zusammenhang werden Gründe dargestellt, warum die Anwendung einer zweistufig geschachtelten Simulationsschleife für probabilistische Dynamikanalysen in der Regel problematisch ist.

In Kapitel 3 erfolgt die Herleitung und mathematische Beschreibung von zwei alternativen Methoden, die im Rahmen von probabilistischen Dynamikanalysen zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse eingesetzt werden können.

Kapitel 4 beschreibt das Modell zur Wasserstoffverbrennung im Containment, das als Anwendungsbeispiel zur Erprobung der entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse dienen soll. Es werden sowohl die aleatorischen als auch die epistemische Größen des Modells spezifiziert und es erfolgt eine

Beschreibung, wie das Modell durch die MCDET-Methode analysiert werden kann. Neben der Anwendung der beiden alternativen Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse wird die MCDET-Analyse für das Anwendungsbeispiel zusätzlich über eine zweistufig geschachtelte Simulationsschleife zur getrennten Berücksichtigung der epistemischen und aleatorischen Unsicherheiten durchgeführt.

Die Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen, die man bzgl. der Ergebnisse aus der zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation erhält, dienen als Referenzergebnisse, mit denen die Ergebnisse aus den jeweiligen approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen verglichen werden. Der Vergleich der Ergebnisse aus den jeweiligen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen dient zur Validierung der entwickelten approximativen Methoden.

Die Darstellung der Ergebnisse sowie eine Diskussion und Bewertung der durch die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Methoden erzielten approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen erfolgt in Kapitel 5. Da die entwickelten alternativen Methoden jeweils ihre Vor- und Nachteile bei der Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse haben, wird eine Vorgehensweise vorgeschlagen, die abhängig von der gegebenen Situation eine der alternativen Methoden für die Anwendung auswählt, um den zusätzlichen Aufwand für die approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse möglichst gering zu halten.

2 Problembeschreibung und Motivation der Methodenentwicklung

Zur Motivation soll in diesem Kapitel eine eingehende Beschreibung der Problematik erfolgen, die der Entwicklung einer Methode zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse als Begründung zugrunde liegt. Zum besseren Verständnis und der Vollständigkeit halber soll dazu

- die in der GRS entwickelte Methode MCDET /HOF 01/ beschrieben werden, die zur Durchführung einer probabilistischen Dynamikanalyse eingesetzt werden kann,
- das Vorgehen der zweistufig geschachtelten Simulation zur getrennten Berücksichtigung von epistemischen und aleatorischen Modellgrößen beschrieben werden und
- die Problematik der Durchführung einer zweistufig geschachtelten Simulationsschleife im Rahmen einer MCDET-Analyse erläutert werden.

Im Zusammenhang mit der Beschreibung der MCDET-Methode sollen gleichzeitig die wesentlichen Eigenschaften einer probabilistischen Dynamikanalyse beschrieben werden.

2.1 Die MCDET-Methode zur Durchführung probabilistischer Dynamikanalysen

Die in einer probabilistischen Sicherheitsanalyse (PSA) zu untersuchenden Unfallabläufe entwickeln sich ausgehend von einem auslösenden Ereignis im zeitlichen Ablauf. Dabei können Wechselwirkungen zwischen System- und Prozessdynamik, menschlichen Handlungen und stochastischen Einflussgrößen auftreten. Stochastische Ereignisse können Veränderungen in den Systembedingungen bewirken, die jeweils unterschiedliche Auswirkungen auf den weiteren Prozessablauf haben. Umgekehrt können jedoch auch gewisse Prozesszustände einen Einfluss auf die stochastischen (und epistemischen) Größen haben. So kann z. B. ein Temperaturanstieg über eine gewisse kritische Grenze hinweg ein erhöhtes Ausfallverhalten bestimmter technischer Komponenten verursachen, so dass für die kritischen Temperaturen eine erhöhte Ausfallrate für diese Komponenten modelliert werden müsste. Damit wäre auch gleichzeitig die Kenntnisstandunsicherheit bzgl. der Ausfallrate betroffen. Diese gegen-

seitigen Abhängigkeiten zwischen Prozesszustand und stochastischen Einflussgrößen werden im Weiteren als Dynamik-Stochastik Wechselwirkungen bezeichnet.

Die Methoden der probabilistischen Dynamik gestatten eine realitätsnahe und integrale Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen System- und Prozessverhalten (Dynamik), menschlichen Handlungen (Dynamik) und stochastischen Einflussgrößen (Stochastik) in ihrer zeitlichen Entwicklung. Die integrale Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen Dynamik und Stochastik erfolgt durch die direkte Kopplung der stochastischen Größen mit der Dynamik des System- und Prozessverhaltens in Wechselwirkung mit den menschlichen Handlungen. Aufgrund der genaueren und vollständigeren Modellierungsmöglichkeiten kann mit den Methoden der probabilistischen Dynamikanalyse eine realistischere Bewertung für die in einer PSA zu analysierenden Unfallszenarien nach Auswirkung und Wahrscheinlichkeit vorgenommen werden.

Im Gegensatz zur probabilistischen Dynamikanalyse erfolgt die klassische Fehler- und Ereignisbaum-Analyse ohne direkte Kopplung an die tatsächliche System- und Prozessdynamik. Die Informationen, die man aus wenigen als abdeckend beurteilten Unfallsimulationen erhält, stellen die einzige Verbindung zur System- und Prozessdynamik her. Eine Folge davon ist, dass zum einen die tatsächlichen Auswirkungen des Zufallsgeschehens auf das System- und Prozessverhalten nicht in dem erforderlichen Genauigkeitsgrad erfasst werden und zum anderen die unmittelbaren Auswirkungen auf das Zufallsgeschehen, die sich in Abhängigkeit vom System- und Prozessverhalten ergeben, nur sehr unvollständig berücksichtigt werden können.

Eine detaillierte und integrale Modellierung der Wechselwirkungen zwischen Prozessdynamik, technischem System, menschlichen Handlungen und stochastischen Einflussgrößen entlang der Zeitachse ist mit den konventionellen Methoden der PSA (Fehler- und Ereignisbaumanalyse) nicht möglich. Die mit den konventionellen Methoden verbundene grobe Struktur der Analyse birgt die Gefahr in sich, dass

- Zusammenhänge des Ablaufs unerkannt und damit unberücksichtigt bleiben;
- wichtige Unfallabläufe, die sich gerade aus den Details bzgl. Ort (z. B. Leck oben oder unten), Zeit (z. B. wann bzw. wie lange fällt eine Systemkomponente aus), Betrag von Prozessgrößen (z. B. verringerte Einspeiserate einer angeforderten Pumpe) und Reihenfolge von Ereignissen (z. B. Komponentenversagen vor oder nach Einleitung einer Notfallmaßnahme) ergeben, nicht erkannt werden.

Die ein dynamisches System beeinflussenden Zufallsereignisse bewirken, dass sich vielfältige unterschiedliche Systembedingungen zu zufälligen Zeitpunkten einstellen können. Die unterschiedlichen Systembedingungen, denen jeweils eine bestimmte Wahrscheinlichkeit für ihr Auftreten zugeordnet werden kann, haben zur Folge, dass sich eine Vielzahl unterschiedlicher Abläufe (z. B. Unfallabläufe) mit einer entsprechenden Wahrscheinlichkeit ergibt. Eine realistische und genaue Einschätzung der wahren Verhältnisse ist nur dann möglich, wenn man ein möglichst großes und repräsentatives Spektrum der möglichen Abläufe in der Analyse berücksichtigen kann.

Eine solche Analyse kann z. B. durch eine sogenannte probabilistische Dynamikanalyse mittels der in der GRS entwickelten Methode MCDET durchgeführt werden, in der

- ein Modell zur Simulation der System- und Prozessdynamik (deterministisches Rechenmodell wie z. B. ATHLET, RELAP oder MELCOR),
- ein Modell, mit dem ein menschlicher Handlungsablauf als ein dynamischer Prozess simuliert werden kann sowie
- ein probabilistisches Modell zur Beschreibung der stochastischen Einflussfaktoren bzgl. des Systemverhaltens, des physikalischen Prozesses, der Personalhandlungen, der Umgebungsbedingungen (z. B. meteorologische Einflussfaktoren)

in geeigneter Weise gekoppelt werden, so dass sie in ständigem Informationsaustausch stehen können. Mit einer solchen integralen probabilistischen Dynamikanalyse können die Ablaufmöglichkeiten eines Unfalls realitätsnah erfasst und bewertet werden. Die Ablaufmöglichkeiten entwickeln sich dabei automatisch entlang der Zeitachse durch die spezifizierten Dynamik-Stochastik Wechselwirkungen.

Im Rahmen des Projekts RS1111 wurde in der GRS die Methode MCDET- (**Monte Carlo Dynamic Event Tree**) entwickelt und als Analysewerkzeug implementiert /HOF 01/. MCDET ist eine Methode zur Durchführung von probabilistischen Dynamikanalysen. Sie ist eine Kombination aus Monte-Carlo-Simulation und diskreter dynamischer Ereignisbaum Methode. Im Vorhaben RS1148 wurde eine Methode entwickelt, mit der menschliche Handlungsabläufe als dynamischen Prozess modelliert werden können. Diese Methode wurde in dem sogenannten Crew-Modul implementiert /PES 06/.

Die Methode MCDET zeichnet sich in Verbindung mit dem Crew-Modul durch die Eigenschaft aus, dass sie die für ein Unfallszenario relevanten stochastischen Ereignisse direkt in die Unfallsimulationen integriert, wobei der physikalische Prozess durch einen entsprechenden deterministischen Rechencode (z. B. MELCOR, ASTEC, RELAP) und die zu berücksichtigenden Handlungsabläufe durch das Crew-Modul simuliert werden. Damit wird erreicht, dass die im zeitlichen Verlauf stattfindenden Wechselwirkungen zwischen Dynamikgrößen und möglichen stochastischen Ereignissen zeitnah berücksichtigt werden können.

Die direkte Methode für eine probabilistische Dynamikanalyse ist die reine Monte-Carlo-Simulation. Sie liefert eine Stichprobe von möglichen Unfallabläufen. Jeder dieser Abläufe ist dabei das Ergebnis einer Dynamik-Simulation mit zufällig gezogenen Werten für die stochastischen Einflussgrößen, die für den Unfallablauf von potentieller Bedeutung sind. Der Rechenaufwand bei einer Monte-Carlo-Simulation kann unverhältnismäßig groß sein. Um z. B. selten auftretende Ereignisse und die sich daraus ergebenden System- und Prozesszustände angemessen berücksichtigen zu können, muss die Stichprobe von Unfallabläufen ausreichend groß sein. Außerdem muss jeder mögliche Ablauf, ausgehend vom auslösenden Ereignis und endend entweder in einem der absorbierenden Zustände (sicherer Zustand, Schaden, durch Systemfunktionen beherrschter Ablauf) oder nach der vorgegebenen Rechenzeit, vollständig gerechnet werden. Die reine Monte-Carlo-Simulation ist für die Anwendung einer probabilistischen Dynamikanalyse deshalb kaum praktikabel.

Diskrete dynamische Ereignisbaum (DDET) Methoden erlauben eine Reduzierung des Rechenaufwands /ASE 97, /COJ 96/, /HSU 96/, /LAB 00/, /SIU 94/. Sie organisieren die Simulation der Ablaufmöglichkeiten eines Unfallszenarios entsprechend der Struktur eines Ereignisbaums. Alle Verzweigungen im Ereignisbaum – auch die mit geringer Wahrscheinlichkeit – können systematisch berücksichtigt und gerechnet werden. Damit kann der große Stichprobenumfang, der notwendig ist, um Ereignisse mit geringer Wahrscheinlichkeit zu erfassen, erheblich reduziert werden. Außerdem werden mit der DDET-Methode mehrfache Berechnungen von identischen Unfallsituationen, die in unterschiedlichen Abläufen vorkommen, weitestgehend vermieden.

Wenn allerdings viele stochastische Einflussfaktoren als stetige Zufallsvariable zu betrachten sind, bietet die DDET-Methode allein keine befriedigende Lösung an, da in

diesem Fall die Anzahl der Verzweigungen und die damit verbundenen Abläufe, die in einem Dynamischen Ereignisbaum gerechnet werden müssen, exponentiell ansteigt.

Mit der Methode MCDET, die Monte-Carlo-Simulation und diskrete dynamische Ereignisbaum Methode kombiniert, wurde versucht, diese Schwachstelle zu beseitigen. Ereignisse, die hinsichtlich ihrer Eintrittszeit und/oder hinsichtlich ihrer Zustandsänderung zufällig und stetig sind können näherungsweise über die Monte-Carlo-Simulation erfasst werden. Entsprechendes gilt für diskrete Ereignisse, die viele Ausprägungen aufweisen. Diskrete zufällige Ereignisse mit relativ wenigen Ausprägungen und kleinen Wahrscheinlichkeiten können dagegen vollständig durch die diskrete dynamische Ereignisbaum Methode berücksichtigt werden.

Das Ergebnis einer MCDET-Analyse ist eine Stichprobe von diskreten dynamischen Ereignisbäumen, aus der zu jedem Zeitpunkt Wahrscheinlichkeitsangaben zu Schadenszuständen sowie zu vielen anderen Fragestellungen bzgl. des Unfallablaufs abgeleitet werden können. Zusätzlich zu den probabilistischen Aussagen liefert MCDET quantitative Angaben zum Einfluss des Stichprobenfehlers aus der Monte-Carlo-Simulation.

Die MCDET-Methodik kann eingesetzt werden, um den Einfluss sowohl von aleatorischen Größen als auch von epistemischen Größen auf die Dynamik eines Unfallablaufs zu analysieren. Allerdings ist die Durchführung einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation zur getrennten Berücksichtigung von aleatorischen und epistemischen Größen in vielen Fällen nicht praktikabel. Eine Begründung dafür wird in den folgenden Abschnitten 2.2 und 2.3 gegeben.

2.2 Verfahren der zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation

Bei der Analyse von Unsicherheiten im Rahmen von probabilistischen Sicherheitsanalysen (PSA) ist nach Stand von Wissenschaft und Technik zu unterscheiden zwischen

- der Unsicherheit, die sich aufgrund stochastischer Variabilität ergibt (aleatorische Unsicherheit) und
- den Kenntnisstandunsicherheiten (epistemische Unsicherheiten), die bzgl. Modellparameter, Modellalternativen zur Beschreibung physikalischer Phänomene, numerischer Lösungsalgorithmen etc. existieren.

Die Quantifizierung aleatorischer Unsicherheiten und deren Einflusses auf die probabilistischen Ergebnisse ist eigentlicher Gegenstand der PSA, während die Quantifizierung des Einflusses der epistemischen Unsicherheiten auf die PSA-Ergebnisse mittels einer so genannten epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse erfolgt.

Mit der Sensitivitätsanalyse können u.a. diejenigen unsicheren Größen identifiziert werden, deren Kenntnisstandunsicherheiten den größten Einfluss auf die Unsicherheiten der PSA-Ergebnisse haben. Damit erhält man Informationen über diejenigen Einflussgrößen, bei denen eine Verbesserung des Kenntnisstandes den größten Beitrag zur Verringerung der Ergebnisunsicherheiten liefert. Damit können die Bemühungen zur Verbesserung des Kenntnisstandes möglichst effizient gestalten werden.

Die direkte Methode zur Untersuchung von Wechselwirkungen zwischen stochastischen (aleatorischen) Größen und der zeitlichen Entwicklung der System- und Prozessdynamik ist die Monte-Carlo-Simulation unter Verwendung eines entsprechenden Rechencodes, der die System- und Prozessdynamik simuliert. Zu diesem Zweck wird die Dynamik durch das Rechenmodell für jeweils eine Zufallsstichprobe der aleatorischen Größen simuliert. Bei einer Stichprobe vom Umfang m erfolgen somit m separate Rechnungen durch den zugrundeliegenden Rechencode. Die daraus resultierende Stichprobe von n Werten zu jeder Dynamikgröße wird in Form von empirischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen summarisch dargestellt, woraus entsprechende probabilistische Aussagen abgeleitet werden können.

Darüber hinaus besteht das begründete Interesse auch darin, den Einfluss der Kenntnisstandunsicherheiten in den Eingangsgrößen eines Modells auf die Unsicherheiten der stochastischen Modellergebnisse zu quantifizieren. Der Kenntnisstand zu den jeweiligen epistemischen Unsicherheiten wird zu diesem Zweck durch subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilungen ausgedrückt. Die naheliegende Prozedur ist ebenfalls eine Monte-Carlo-Simulation, in der die Rechnung mit dem zugrundeliegenden Rechenmodell viele Male mit zufällig aus den jeweiligen subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen gewählten Werten der epistemischen Größen zu wiederholen ist. Dabei ist zu beachten, dass für jeden zufällig ausgewählten epistemischen Stichprobenvektor zusätzliche Simulationsrechnungen über die aleatorischen Größen erfolgen müssen, um den jeweiligen bedingten Einfluss der

Kenntnisstandunsicherheiten auf die stochastische Entwicklung der System- und Prozessdynamik zu berücksichtigen.

Dieses Vorgehen resultiert schließlich in einer zweistufig geschachtelten Simulationsschleife (auch als „zweistufige Zufallsauswahl“ bezeichnet), wobei die äußere Simulationsschleife (Stufe 1) die Werte der epistemischen Größen und die innere Simulationsschleife (Stufe 2) die Werte der aleatorischen Größen variiert. Formal kann die Prozedur der Trennung in aleatorische und epistemische Unsicherheiten und deren Berücksichtigung durch eine zweistufig geschachtelte Simulationsschleife wie folgt beschrieben werden.

Sei $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ das zugrundeliegende Rechenmodell, wobei

$\mathbf{x} = x_1, \dots, x_m$ die aleatorischen Größen des Rechenmodells $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ und

$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ die epistemischen Größen des Rechenmodells $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$

beschreiben.

Die Unsicherheiten der aleatorischen Größen x_1, \dots, x_m werden durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen $F_1(x_1), \dots, F_m(x_m)$ quantifiziert, die die stochastische Variation der jeweiligen aleatorischen Größen beschreiben. Falls aleatorische Größen vom Zustand verschiedener Dynamikgrößen abhängen, sind für die entsprechenden Zustände der Dynamikgrößen separate Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu quantifizieren.

Die Kenntnisstandunsicherheiten der epistemischen Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ werden in Form geeigneter subjektiver Wahrscheinlichkeitsverteilungen $G_1(\varepsilon_1), \dots, G_n(\varepsilon_n)$ quantifiziert, die den jeweiligen Grad an Vertrauen ausdrücken, mit dem die jeweiligen Werte einer epistemischen Größe für zutreffend gehalten werden. Falls epistemische Größen vom Zustand verschiedener Dynamikgrößen abhängen, sind für die entsprechenden Zustände der Dynamikgrößen separate subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu quantifizieren.

Im Rahmen einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation sind die aleatorischen und epistemischen Größen in den Modellrechnungen jeweils getrennt zu berücksichtigen. Dazu wird aus den spezifizierten subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen $G_1(\varepsilon_1), \dots, G_n(\varepsilon_n)$ und unter Berücksichtigung eventueller

Abhängigkeiten zwischen ihnen eine multivariate Stichprobe erzeugt. Sie besteht aus N_{ep} zufällig ausgespielten Stichprobenvektoren $V_1, \dots, V_{N_{ep}}$ für die epistemischen Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, mit

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{N_{ep}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{2,1} & \dots & \varepsilon_{n,1} \\ \varepsilon_{1,2} & \varepsilon_{2,2} & \dots & \varepsilon_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varepsilon_{1,N_{ep}} & \varepsilon_{2,N_{ep}} & \dots & \varepsilon_{n,N_{ep}} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

N_{ep} = Anzahl der ausgespielten Stichprobenvektoren V_j ($j=1, \dots, N_{ep}$) über die epistemischen Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$,

n = Anzahl der epistemischen Größen im Rechenmodell $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$,

$\varepsilon_{i,j}$ = Zufällig ausgespielter Wert der epistemischen Größe i bzgl. des Stichprobenvektors V_j , $i=1, \dots, n$; $j=1, \dots, N_{ep}$.

Für jeden der zufällig ausgespielten epistemischen Stichprobenvektoren $V_j = (\varepsilon_{1,j}, \dots, \varepsilon_{n,j})_{j=1, \dots, N_{ep}}$, werden jeweils N_{al} Modellrechnungen unter Berücksichtigung der Variation der aleatorischen Größen durchgeführt. Hierfür wird, analog zu dem Verfahren bei den epistemischen Größen, eine multivariate Stichprobe aus den jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen $F_1(x_1), \dots, F_m(x_m)$ der aleatorischen Größen zufällig ausgewählt. Die Stichprobe besteht dann aus N_{al} zufällig ausgewählten Stichprobenvektoren mit

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{2,1} & \dots & x_{m,1} \\ x_{1,2} & x_{2,2} & \dots & x_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$W_{\text{Nal}} \quad X_{1,\text{Nal}} \quad X_{2,\text{Nal}} \quad \dots \quad X_{m,\text{Nal}}$$

N_{al} = Anzahl der ausgespielten Stichprobenvektoren W_k ($k=1,\dots,N_{\text{al}}$) über die aleatorischen Größen x_1,\dots,x_m ,

m = Anzahl der aleatorischen Größen im Rechenmodell $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$,

$x_{i,k}$ = Zufällig ausgespielter Wert der aleatorischen Größe i des Stichprobenvektors W_k , $i=1,\dots,m$; $k=1,\dots,N_{\text{al}}$.

Die zweistufige Zufallsauswahl erfolgt dadurch, dass für jeden ausgespielten Stichprobenvektor V_j , $j=1,\dots,N_{\text{ep}}$ der ersten (äußeren) Simulationsschleife, eine zweite (innere) Simulationsschleife über die Stichprobenvektoren $W_1, \dots, W_{N_{\text{al}}}$ der aleatorischen Größen durchgeführt wird. Die Modellrechnungen der aleatorischen Variationen der inneren Simulationsschleife erfolgen somit unter der Bedingung der jeweiligen Werte des in der äußeren Simulationsschleife vorliegenden Stichprobenvektors V_j .

Formal kann dies z. B. ausgedrückt werden durch:

```

DO j = 1 To Nep

    DO k= 1 To Nal

        R( $\varepsilon_{1,j}$ , ...,  $\varepsilon_{n,j}$ ,  $x_{1,k}$ , ...,  $x_{m,k}$ )

    END DO

END DO

```

Wenn Wahrscheinlichkeitsverteilungen für aleatorische bzw. epistemische Größen in Abhängigkeit vom Zustand dynamischer Größen quantifiziert wurden, wird je nach Zustand der dynamischen Größen der jeweilige aus der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilung ausgespielte Wert im Rechenmodell verwendet, um die

Wechselwirkungen zwischen Dynamik und den aleatorischen bzw. epistemischen Größen zu berücksichtigen.

Für jeden ausgespielten Vektor V_j der äußeren Simulationsschleife erhält man nach Durchführung der inneren Simulationsschleife N_{al} Stichprobenwerte der Modellergebnisgröße R . Daraus kann eine bedingte empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Modellergebnisgröße R unter der Bedingung V_j erzeugt werden.

2.3 Begründung zur Entwicklung einer approximativen Methode zur Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse

Um den Stand von Wissenschaft und Technik zur Durchführung einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse, wie sie in der konventionellen PSA angewendet wird, auf eine probabilistische Dynamikanalyse zu übertragen, müssen Methoden entwickelt werden, die eine konsistente Berücksichtigung von aleatorischen und epistemischen Größen in einer probabilistischen Dynamikanalyse ermöglichen. Ein nahe liegendes Standardverfahren hierzu wäre eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation, wie sie in Abschnitt 2.2 beschrieben worden ist. Dabei werden, in der äußeren Simulationsschleife die Werte der epistemischen Größen variiert, während in der inneren Simulationsschleife der Einfluss der Variation der aleatorischen Größen auf die Modellergebnisse unter der Bedingung des in der äußeren Schleife jeweils vorliegenden epistemischen Vektors ermittelt wird. Jede innere Simulation würde als summarisches Ergebnis eine bedingte empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung für die interessierende Prozessgröße liefern unter der Bedingung der in der äußeren Schleife ausgespielten Werte des Vektors der epistemischen Größen. Als Ergebnis der zweistufig geschachtelten Simulation erhält man eine Stichprobe von bedingten empirischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die in geeigneter Weise einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse zugeführt werden können.

In der Regel wird zur Durchführung einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse von Ergebnissen umfangreicher Rechenmodelle ein Stichprobenumfang von $N = 100$ für die epistemischen Größen als ausreichend erachtet, um relevante statistische Aussagen aus der Unsicherheitsanalyse ableiten zu können. So müssen mindestens $N = 93$ Rechenläufe durchgeführt werden, um zweiseitige (95 %, 95 %)-Toleranzgrenzen für die Unsicherheitsaussage von Modellergebnissen berechnen zu können. Für die innere Simulationsschleife der aleatorischen Größen kann u.U. ein

noch höherer Rechenaufwand erforderlich sein, vor allem wenn kleine Wahrscheinlichkeiten ermittelt bzw. geschätzt werden müssen.

Wenn bei der zweistufigen Zufallsauswahl für jede der beiden Simulationsschleifen ein Stichprobenumfang von 100 verwendet wird, dann müssen 10000 Rechnungen unter Verwendung des zugrundeliegenden Rechenmodells durchgeführt werden. Wenn das zugrundeliegende Rechenmodell zur Simulation der System- und Prozessdynamik relativ rechenzeitintensiv ist, wird die Durchführung dieser zweistufig geschachtelten Simulationsschleife aufgrund des unverhältnismäßig hohen Rechenaufwands nicht praktikabel sein. Eine Lösung dieses Problems könnte künftig möglicherweise darin bestehen, dass eine hinreichend große Anzahl an parallelen Rechenknoten zur Verfügung gestellt werden kann

Ein noch weit höherer Rechenzeitbedarf ergibt sich, wenn eine zweistufig geschachtelte Simulationsschleife im Rahmen einer probabilistische Dynamikanalyse unter Verwendung der MCDET-Methode (s. Abschnitt 2.1) durchgeführt werden soll. Die MCDET-Methode ist eine Kombination aus Monte-Carlo-Simulation und Diskreter Dynamischer Ereignisbaum (DDET) Methode. D. h., mit jedem über die Monte-Carlo-Simulation ausgespielten Vektor von Zufallsgrößen wird ein dynamischer Ereignisbaum mit einer Vielzahl von Verzweigungen und daraus resultierenden unterschiedlichen Dynamikabläufen erzeugt.

In Abhängigkeit von den spezifizierten diskreten Zufallsgrößen (z. B. System bei Anforderung verfügbar oder nicht) und der sich aus der Anzahl ihrer Zustände ergebenden Verzweigungen, besteht jeder DDET aus einer Vielzahl von Pfaden. Jeder Pfad innerhalb eines DDET wird durch unterschiedliche aufgetretene Zufallsereignisse charakterisiert, aus denen sich eine bestimmte zeitliche Entwicklung der Dynamikgrößen des Gesamtsystems bestehend aus physikalischem Prozess, Systemverhalten und menschlichen Handlungen ergibt. Die Bedingungen, unter denen sich die Pfade eines DDET entwickeln, werden zum einen durch die Werte des Zufallsvektors aus der Monte-Carlo-Simulation und zum anderen durch die Zustände der diskreten Größen bestimmt, die innerhalb der dynamischen Ereignisbaum Methode explizit berücksichtigt werden.

Während bei der einfachen Monte-Carlo-Simulation pro Simulationslauf nur ein Unfallablauf durch den zugrunde liegenden deterministischen Rechencode mit den zufällig ausgewählten Werten der aleatorischen und epistemischen Größen berechnet

wird, erfolgt bei der Anwendung der MCDET-Methode pro Simulationslauf die Erzeugung eines dynamischen Ereignisbaums, für den eine Vielzahl unterschiedlicher Unfallabläufe (Pfade) gerechnet werden. Die Anzahl der berechneten Unfallabläufe in einem dynamischen Ereignisbaum hängt davon ab, wie viel diskrete stochastische Größen innerhalb des DDET betrachtet werden und wie groß die Anzahl ihrer jeweiligen Ausprägungen ist. Alle Ausprägungskombinationen der spezifizierten diskreten Zufallsgrößen werden innerhalb des dynamischen Ereignisbaums berücksichtigt, sofern die Wahrscheinlichkeit der Ausprägungskombination nicht unter einen vom Benutzer vorgegebenen Schwellenwert (z. B. $< 10^{-6}$) fällt.

Obwohl die MCDET-Methode die Eigenschaft hat, dass innerhalb eines dynamischen Ereignisbaums identische Teilsequenzen von Unfallabläufen nicht wiederholt gerechnet werden müssen, ist durch die Vielzahl der in einem Simulationslauf zu berechnenden Pfade der Rechenaufwand immer noch erheblich höher, als wenn in einer einfachen Monte-Carlo-Simulation nur ein einziger Unfallablauf pro Simulationslauf durch den deterministischen Rechencode berechnet wird. Der erhöhte Rechenaufwand zahlt sich aber dadurch aus, dass erheblich mehr und detailliertere Informationen zur Verfügung stehen und statistisch ausgewertet werden können. Andererseits ist jedoch in den meisten MCDET-Anwendungen die Durchführung einer doppelten Simulationsschleife zur konsistenten Behandlung von aleatorischen und epistemischen Größen nicht praktikabel.

Obwohl in /HOF 01/ bereits erste Untersuchungen durchgeführt worden sind, steht eine zur zweistufigen Monte-Carlo-Simulation alternative und zufriedenstellende Methode zur Trennung von aleatorischen und epistemischen Größen und damit zur Durchführung einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für probabilistische Dynamikanalysen bisher noch nicht zur Verfügung. Ohne eine solche wäre aber ein völliger Verzicht auf eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer dynamischen PSA die Folge.

Um diese Lücke zu schließen sollen in diesem Vorhaben Methoden entwickelt und erprobt werden, mit denen zumindest eine approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse epistemischer Größen im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse unter Verwendung von MCDET mit einem praktikablen Rechenaufwand durchgeführt werden kann. Das maßgebliche Kriterium für die Entwicklung einer solchen Methode wird also sein, den für die Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse

benötigten zusätzlichen Rechenaufwand möglichst gering zu halten und möglichst zuverlässige approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen zu erlangen.

In den nachfolgenden Abschnitten 3.2 und 3.3 werden zwei alternative Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse beschrieben. Da beide Methoden jeweils ihre Vor- und Nachteile aufweisen, ist ein Konzept zu entwickeln, mit der unter Einbeziehung beider alternativen Methoden eine möglichst effiziente approximative epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse durchgeführt werden kann. Die Beschreibung des Konzepts erfolgt weiter unten in Abschnitt 5.

3 Methoden zur approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mit MCDET

In diesem Abschnitt werden zwei alternative Methoden zur Durchführung einer approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mittels MCDET beschrieben.

Die erste Methode basiert auf der Anpassung der Ergebnisse aus der MCDET-Analyse durch multiple Regressionsfunktionen. Hierfür ist eine MCDET-Analyse, in der eine Stichprobe von dynamischen Ereignisbäumen erzeugt wird, aus einer einstufigen Monte-Carlo-Simulation bei gleichzeitiger Variation aller epistemischen und aleatorischen Variablen durchzuführen. Die Methode ist jedoch nur eingeschränkt und unter bestimmten Bedingungen anwendbar z. B., wenn die Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die MCDET-Ergebnisse hinreichend gut ist und die Anzahl sowie die Verteilungen aller beteiligten aleatorischen wie epistemischen Variablen von vornherein festgelegt und während des Prozessablaufs unveränderlich konstant sind. Die letztere Einschränkung kann jedoch insofern relativiert werden, dass Abhängigkeiten der aleatorischen bzw. epistemischen Variablen vom Prozesszustand im Allgemeinen im Vorfeld spezifiziert werden können und die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu Beginn der Analyse bekannt sind.

Die zweite Methode ist allgemein und ohne Einschränkungen anwendbar. Allerdings erfordert sie zwei getrennt voneinander durchzuführende MCDET-Analysen, in denen jeweils eine Stichprobe von dynamischen Ereignisbäumen erzeugt wird. Die erste MCDET-Analyse wird bei gleichzeitiger Variation der epistemischen und aleatorischen Variablen durchgeführt. Die zweite MCDET-Analyse erfolgt mit einem neu ausgespielten Parametersatz der aleatorischen Größen, wobei die Werte der epistemischen Größen denjenigen aus der ersten MCDET-Analyse entsprechen. Der in den beiden MCDET-Analysen verwendete Stichprobenumfang ist dabei unabhängig von der Anzahl der beteiligten epistemischen und aleatorischen Variablen.

Vor der ausführlichen Darstellung und Diskussion der beiden entwickelten alternativen Methoden sollen einige grundsätzliche Überlegungen zur Notwendigkeit der Durchführung einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mit MCDET vorausgeschickt werden.

3.1 Überlegungen zur Notwendigkeit der Durchführung einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für eine probabilistische Dynamikanalyse mit MCDET

Eine wesentliche Eigenschaft der MCDET-Methode ist es, dass sowohl die Variation epistemischer als auch die Variation aleatorischer Größen realitätsnah modelliert und in den Rechnungen berücksichtigt werden kann. Prinzipiell ist es möglich, über eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation sowohl die Variation epistemischer als auch die Variation aleatorischer Größen getrennt in den Rechnungen zu berücksichtigen und einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse zuzuführen.

Aus den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Gründen wird die MCDET-Analyse jedoch mittels einer einstufigen Simulationsschleife durchgeführt, entweder

- i. unter gleichzeitiger Variation der epistemischen und der stetigen (sowie gegebenenfalls einiger diskreter) aleatorischen Größen oder
- ii. unter alleiniger Variation der stetigen aleatorischen Größen, wobei die epistemischen Größen durch ihre jeweiligen Referenzwerte festgelegt sind,

um den Rechenaufwand der MCDET-Analyse möglichst gering zu halten zu halten.

Im Fall i) erhält man eine Art „Gesamtvariation“ der Ergebnisse, bei der weder der Einfluss der aleatorischen noch der Einfluss der epistemischen Unsicherheiten auf die Variation/Unsicherheit der Modellergebnisse separat quantifiziert werden kann. D. h., es ist nicht festzustellen, welcher Anteil der Ergebnisvariation durch Kenntnisstandunsicherheiten und welcher Anteil durch stochastische Variationen verursacht wird. Damit können weder die stochastische Variation des Ergebnisses noch die epistemischen Unsicherheiten bzgl. der daraus resultierenden probabilistischen Aussagen quantitativ beurteilt werden.

Im Fall ii) erhält man lediglich eine bedingte stochastische Variation des Ergebnisses. Diese ergibt sich aus der Variation der aleatorischen Größen unter der Bedingung, dass die epistemischen Größen jeweils nur durch ihre Referenzwerte (z. B. Mittelwert oder Median der entsprechenden Verteilung) in den Rechnungen repräsentiert werden. Daher ist offensichtlich, dass auch in diesem Fall keine epistemischen Unsicherheiten bzgl. probabilistischer Aussagen ausgewiesen werden können.

Um zu entscheiden, ob die Notwendigkeit einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse bzgl. der Ergebnisse aus der MCDET-Analyse besteht oder nicht, sind folgende Überlegungen anzustellen:

- Wenn man begründen könnte, dass der Einfluss der epistemischen Größen auf die Ergebnisunsicherheit gegenüber dem Einfluss der stetigen aleatorischen Größen vernachlässigbar gering ist, dann ist zu erwarten, dass eine Verbesserung des Kenntnisstandes der epistemischen Größen nur relativ wenig Einfluss auf die Variation der Ergebnisse haben wird. Der maßgebliche Beitrag der aleatorischen Größen bleibt nämlich erhalten und kann nicht verringert werden. In diesem Fall wäre also die epistemische Unsicherheit der Ergebnisse aus der MCDET-Analyse gering und es wäre zu überlegen, ob der Aufwand zur Durchführung einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse überhaupt gerechtfertigt ist. Ohne eine entsprechende Untersuchung durch eine Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse kann eine solche Beurteilung allein aus den Ergebnissen der mittels i) bzw. ii) durchgeführten MCDET-Analyse in der Regel jedoch nicht erfolgen. Als Konsequenz wäre auch in dieser Situation die Notwendigkeit einer getrennten Berücksichtigung von aleatorischen und epistemischen Unsicherheiten in einer MCDET-Analyse gegeben, die einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse zugeführt werden können.
- Falls aus der MCDET-Analyse probabilistische Ergebnisse abgeleitet werden, die in einer PSA verwendet werden sollen, so ist aus Gründen der Vergleichbarkeit mit Ergebnissen konventioneller PSAs eine Trennung zwischen den Einflüssen aleatorischen und epistemischen Größen unverzichtbar, so dass nach Stand von Wissenschaft und Technik eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden muss.
- Eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse ist auch dann sinnvoll, wenn die „Gesamtvariation“ des MCDET-Ergebnisses unakzeptabel groß erscheint. In diesem Fall ist es vernünftig davon auszugehen, dass eine Verbesserung des Kenntnisstandes derjenigen epistemischen Größen, die den größten Beitrag zur Ergebnisunsicherheit liefern, am effektivsten zur Verringerung der Gesamtvariabilität beiträgt. Um diejenigen epistemischen Größen zu identifizieren, die den größten Beitrag zu den Ergebnisunsicherheiten liefern, muss eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden.

- Wenn die Gesamtvariation der Ergebnisse, die sich unter dem Einfluss sowohl der aleatorischen als auch epistemischen Unsicherheiten ergibt als gering eingestuft werden kann, ist eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse nicht zwingend notwendig. In diesem Fall wären auch keine erheblichen Verringerungen der Ergebnisunsicherheiten aus der Verbesserung des Kenntnisstandes der epistemischen Größen zu erwarten.

Wie die oben genannten Überlegungen verdeutlichen, wird in den meisten Fällen die Notwendigkeit einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse gegeben sein, um die Einflüsse der epistemischen Größen auf die probabilistischen Ergebnisse quantifizieren zu können.

In Abschnitt 3.2 und 3.3 werden die zwei in der vorliegenden Arbeit entwickelten alternativen Methoden beschrieben, um zumindest approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen im Rahmen einer MCDET-Analyse ableiten zu können.

3.2 Verwendung multipler Regressionsfunktionen zur Durchführung einer approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für die Ergebnisse einer probabilistische Dynamikanalyse mit MCDET (Methode 1)

Als Ausgangspunkt werden die Ergebnisse einer MCDET-Analyse vorausgesetzt, bei der epistemische und aleatorische Größen gemeinsam variiert wurden. Ziel der Methodenentwicklung ist die nachträgliche Ermittlung des getrennten Einflusses der aleatorischen und epistemischen Größen auf die Unsicherheiten der Ergebnisse, um damit die Möglichkeit zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse bzgl. der Ergebnisse einer MCDET-Analyse zu schaffen.

Um nachträglich den getrennten Einfluss von epistemischen und aleatorischen Größen auf die Ergebnisse der MCDET-Analyse ermitteln zu können, sollen an die interessierenden MCDET-Ergebnisse multiple Regressionsfunktionen in allen Variablen beider Typen angepasst werden. Unter Verwendung der ermittelten multiplen Regressionsfunktionen anstelle des ursprünglichen Rechenmodells kann dann eine approximative zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation ohne Einschränkung durch die Rechenzeit in folgender Weise durchgeführt werden:

Zunächst wird für die epistemischen Größen eine Stichprobe vom Umfang N_{ep} ausgespielt. Pro ausgespieltem Parametervektor der epistemischen Größen wird eine neue Stichprobe vom Umfang N_{ai} bzgl. der in der MCDET-Analyse über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten stetigen (sowie ggf. einigen diskreten) aleatorischen Größen ausgespielt. Die Werte dieser Stichprobe werden für die jeweiligen Regressoren der aleatorischen Größen eingesetzt. Mit den jeweiligen Parametervektoren der epistemischen Größen und der Stichprobenwerte der aleatorischen Größen werden über die multiplen Regressionsfunktionen die entsprechenden Ergebnisse approximativ ermittelt. Die so unter Verwendung der multiplen Regressionsfunktionen ermittelten approximativen Ergebnisse liegen nun in der Weise vor, als wären sie über eine zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ermittelt worden und können entsprechend in einer epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse verwendet werden.

Zum besseren Verständnis soll das Verfahren im Nachfolgenden in formalisierter Weise beschrieben werden. Sei $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ das probabilistische Rechenmodell (zur Erzeugung des diskreten dynamischen Ereignisbaums) als Funktion der über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten aleatorischen und epistemischen Variablen, das der MCDET-Analyse zugrunde liegt. Dabei bezeichnen

$\mathbf{x} = x_1, \dots, x_m$ die über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten aleatorischen Größen des Rechenmodells $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ und

$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ die epistemischen Größen des Rechenmodells $R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$.

Die Unsicherheiten bzgl. der epistemischen Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ werden in Form von subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen $G_1(\varepsilon_1), \dots, G_n(\varepsilon_n)$ spezifiziert. Diese drücken den jeweiligen Grad an Vertrauen aus, mit dem die möglichen Werte eines Parameters für zutreffend gehalten werden. Die stochastische Variabilität der in der MCDET-Analyse über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten aleatorischen Größen x_1, \dots, x_m wird in Form von Wahrscheinlichkeitsverteilungen $F_1(x_1), \dots, F_m(x_m)$ quantifiziert.

Zur Durchführung einer MCDET-Analyse, in der die epistemischen und aleatorischen Größen gemeinsam variiert werden, wird unter Verwendung der spezifizierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen $F_1(x_1), \dots, F_m(x_m)$ und $G_1(\varepsilon_1), \dots, G_n(\varepsilon_n)$ eine multivariate Stichprobe für die epistemischen und aleatorischen Größen erzeugt. Die Stichprobe

besteht aus N zufällig ausgespielten Wertekombinationen S_1, \dots, S_N für die unsicheren Parameter $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ und die aleatorischen Variablen x_1, \dots, x_m .

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{2,1} & \cdots & \varepsilon_{n,1} & x_{1,1} & x_{2,1} & \cdots & x_{m,1} \\ \varepsilon_{1,2} & \varepsilon_{2,2} & \cdots & \varepsilon_{n,2} & x_{1,2} & x_{2,2} & \cdots & x_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varepsilon_{1,N} & \varepsilon_{2,N} & \cdots & \varepsilon_{n,N} & x_{1,N} & x_{2,N} & \cdots & x_{m,N} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

N = Anzahl der erzeugten dynamischen Ereignisbäume.

n = Anzahl der epistemischen Größen.

m = Anzahl der aleatorischen Größen.

Für jeden ausgespielten Vektor S_i wird mittels der MCDET-Analyse ein diskreter dynamischer Ereignisbaum $DDET_i$ ($i=1, \dots, N$) erzeugt.

Prinzipiell haben die probabilistische Dynamikanalysen, die mittels MCDET durchgeführt werden, die Eigenschaft, dass Dynamik-Stochastik Wechselwirkungen im zeitlichen Ablauf berücksichtigt werden können. D. h., mit der MCDET-Analyse ist die Möglichkeit gegeben, dass sich Anzahl und Verteilung sowohl der aleatorischen als auch der epistemischen Größen in Abhängigkeit des Prozesszustands ändern können. Da sich der Prozesszustand im zeitlichen Ablauf entwickelt, kann sich damit der Einfluss einer unsicheren Größe ebenfalls im Verlauf der Zeit verändern. Die hier besprochene Methode der approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse auf der Basis multipler Regressionsfunktionen setzt allerdings voraus, dass die Anzahl und die Verteilungen aller beteiligten aleatorischen wie epistemischen Variablen von vornherein festgelegt sind. In den meisten Fällen können zu Beginn der Analyse alle aleatorischen und epistemischen Größen und ihre entsprechenden Verteilungen spezifiziert werden.

Probleme ergeben sich jedoch dann, wenn die Verteilungsparameter explizit durch Werte von Dynamikgrößen definiert werden. D. h., in der über die multiplen Regressionsfunktionen durchzuführenden approximativen Unsicherheits- und Sensitivi-

tätsanalyse können nur solche aleatorischen und epistemischen Größen \mathbf{x} und $\boldsymbol{\varepsilon}$ betrachtet werden, deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen nicht explizit durch Dynamikgrößen definiert sind. Dies ist ein gewisser Nachteil der auf Regressionsfunktionen basierenden approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse.

Eine weitere Eigenschaft dieser Methode, die u. U. von Nachteil sein könnte ist, dass die Anzahl der für die Aufstellung der Regressionsfunktionen notwendigen MCDET-Rechnungen die Anzahl aller beteiligten aleatorischen und epistemischen Variablen deutlich übersteigen muss. Ist diese sehr groß, könnte das zu einem inakzeptablen Rechenaufwand führen.

Die im nächsten Abschnitt 3.3 beschriebene alternative Methode hat zwar diese beiden Nachteile nicht, benötigt aber dafür eine zweite Durchführung der MCDET-Analyse mit einem unterschiedlichen Parametersatz der aleatorischen Größen. Die Anwendung der alternativen Methode erfordert somit einen höheren Rechenaufwand zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse.

Die Durchführung einer MCDET-Analyse bei gemeinsamer Variation der epistemischen und aleatorischen Größen bedeutet, dass für jeden einzelnen ausgespielten Vektor S_i , $i = 1, \dots, N$, der Gleichung (3.1) unter Verwendung des zugrundeliegenden probabilistischen Rechenmodells $R(\varepsilon_{1,i} \ \varepsilon_{2,i} \ \dots \ \varepsilon_{n,i}, x_{1,i} \ x_{2,i} \ \dots \ x_{m,i})$ ein dynamischer Ereignisbaum $DDET_i$ ($i=1, \dots, N$) erzeugt wird. Für jeden erzeugten dynamischen Ereignisbaum erhält man ein probabilistisches Ergebnis Y , das sowohl von den (über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten) aleatorischen als auch von epistemischen Unsicherheiten abhängt und dargestellt werden kann durch $Y = R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$.

Da in der vorliegenden MCDET-Analyse die epistemischen und aleatorischen Größen gleichzeitig variiert wurden, besteht das Problem darin, ohne erheblichen zusätzlichen Rechenaufwand eine Trennung zwischen den epistemischen und aleatorischen Größen herbeizuführen, um ihren jeweiligen Einfluss auf die Ergebnisvariation quantifizieren zu können. Dies könnte näherungsweise dadurch erfolgen, dass unter Verwendung der aus der MCDET-Analyse vorliegenden Daten

$$y_i = R(\varepsilon_{1,i} \ \varepsilon_{2,i} \ \dots \ \varepsilon_{n,i}, x_{1,i} \ x_{2,i} \ \dots \ x_{m,i})_{i=1, \dots, N}$$

multiple Regressionsfunktionen ermittelt werden, die einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem interessierenden Ergebnis Y und den unsicheren Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ sowie x_1, \dots, x_m beschreiben, d. h.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot \varepsilon_i + \sum_{j=n+1}^{n+m} \beta_j \cdot x_{j-n} \quad (3.2)$$

Die Parameter $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{n+m})$ der multiplen Regressionsfunktion (3.2) werden mit Hilfe der sogenannten Normalgleichungen $(\mathbf{S}' \mathbf{S}) \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{S}' \mathbf{Y}$ geschätzt. In der Matrixschreibweise lautet dann die Lösung $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{S}' \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}' \mathbf{Y}$, wobei

$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_{n+m})$ die Schätzwerte der Regressionsparameter in $\boldsymbol{\beta}$,

\mathbf{S} die in Gl. (3.1) gegebene Wertematrix der unsicheren Größen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und \mathbf{x} und

$\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_N)$ die aus der MCDET-Analyse ermittelten probabilistischen Ergebniswerte bzgl. der berechneten N dynamischen Ereignisbäume sind.

Innerhalb eines jeden generierten dynamischen Ereignisbaumes $DDET_i$ ($i=1, \dots, N$) werden verschiedene Unfallabläufe (Pfade) gerechnet, die sich in Abhängigkeit vom Eintritt zufälliger Ereignisse ergeben, wodurch jeweils unterschiedliche Randbedingungen für den Unfallablauf definiert werden. Für jeden Pfad j eines $DDET_i$ liegt ein Ergebnis $y_{i,j}$ mit zugehöriger Wahrscheinlichkeitsbewertung $p_{i,j}$ vor. Die probabilistische Ergebnisgröße für den dynamischen Ereignisbaum $DDET_i$ ($i=1, \dots, N$) ist durch den Mittelwert $y_i = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s y_{i,j} \cdot p_{i,j}$ gegeben.

Das multiple Bestimmtheitsmaß R^2 liefert die Information, welcher Anteil der Varianz des Ergebnisses \mathbf{Y} durch die Regressionsfunktion erklärt wird. Es gilt $0 \leq R^2 \leq 1$ wobei eine optimale Anpassung erreicht ist, wenn $R^2 = 1$. In diesem Fall können die Ergebnisse \mathbf{Y} durch die Regressionsfunktion genau ermittelt werden.

Wenn die Variation des Ergebnisses \mathbf{Y} zu einen hohen Anteil durch die Regressionsfunktion beschrieben werden kann (z. B. $R^2 > 0.7$), dann kann die multiple Regressionsfunktion in der Gleichung (3.2) verwendet werden, um Ergebnisse \mathbf{Y}^* über eine zweistufige Simulationsschleife zu erzeugen, wobei in der äußeren Simulations-

schleife (Stufe 1) die epistemischen Größen und in der inneren Simulationsschleife (Stufe 2) die aleatorischen Größen variiert werden.

Für die epistemischen Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ werden gemäß ihren zugrundeliegenden subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen $G_1(\varepsilon_1), \dots, G_n(\varepsilon_n)$ jeweils N_{ep} Zufallswerte ausgespielt. Diese Zufallswerte der epistemischen Größen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ sind durch die Vektoren $E_i, i=1, \dots, N_{ep}$, gegeben

$$\begin{aligned} E_1 &= (\varepsilon_{1,1} \ \varepsilon_{2,1} \ \cdots \ \varepsilon_{n,1}) \\ E_2 &= (\varepsilon_{1,2} \ \varepsilon_{2,2} \ \cdots \ \varepsilon_{n,2}) \\ &\vdots \\ E_{N_{ep}} &= (\varepsilon_{1,N_{ep}} \ \varepsilon_{2,N_{ep}} \ \cdots \ \varepsilon_{n,N_{ep}}) \end{aligned}$$

Für jeden Vektor der epistemischen Größen $E_i, i=1, \dots, N_{ep}$ werden jeweils N_{al} Werte der aleatorischen Größen x_1, \dots, x_m gemäß ihrer spezifizierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen $F_1(x_1), \dots, F_m(x_m)$ zufällig ausgespielt. Diese Zufallswerte seien gegeben durch

$$\begin{aligned} A_1 &= (x_{1,1} \ \ x_{2,1} \ \ \cdots \ \ x_{m,1}) \\ A_2 &= (x_{1,2} \ \ x_{2,2} \ \ \cdots \ \ x_{m,2}) \\ &\vdots \\ A_{N_{al}} &= (x_{1,N_{al}} \ \ x_{2,N_{al}} \ \ \cdots \ \ x_{m,N_{al}}) \end{aligned}$$

Unter Verwendung der multiplen Regressionsfunktion (3.2) können nun über eine doppelte Simulationsschleife Ergebniswerte Y^* erzeugt werden durch:

```
DO L = 1 To Nep
  DO K = 1 To Nal
     $y^*(x_{1,K}, \dots, x_{m,K} \mid \varepsilon_{1,L}, \dots, \varepsilon_{n,L}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot \varepsilon_i + \sum_{j=n+1}^{n+m} \beta_j \cdot x_{j-n}$ 
  END DO
END DO
```

Die Ergebnisse $y^*(x_{1,K}, \dots, x_{m,K} \mid \varepsilon_{1,L}, \dots, \varepsilon_{n,L})$ stellen lediglich eine Approximation derjenigen Ergebnisse dar, die man mit der MCDET-Analyse über eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation erhalten würde. Die Approximation ist umso genauer, je größer das Bestimmtheitsmaß R^2 ist.

Pro Vektor $E_L = (\varepsilon_{1,L} \ \varepsilon_{2,L} \ \dots \ \varepsilon_{n,L})_{L=1,\dots,N_{ep}}$ der epistemischen Größen erhält man über die Simulation der aleatorischen Größen eine Stichprobe von N_{al} Ergebnissen $y_{K,EL}^*$, $K=1,\dots,N_{al}$, die sich in Abhängigkeit von den Werten $(\varepsilon_{1,L}, \dots, \varepsilon_{n,L})$ des Vektors E_L und den Werten der aleatorischen Größen ergeben und die sich als eine empirische Verteilungsfunktion darstellen lassen. Über die Stichprobe der N_{ep} epistemischen Vektoren erhält man somit eine Stichprobe von N_{ep} empirischen Verteilungsfunktionen. Jede der empirischen Verteilungsfunktionen drückt die Variation des Ergebnisses durch die aleatorischen Größen unter der Bedingung des jeweils gegebenen epistemischen Vektors aus.

Aus den N_{al} Werten $y_{1,EL}^*, \dots, y_{N_{al},EL}^*$ der empirischen Verteilungsfunktion, die unter der Bedingung des epistemischen Vektors E_L ermittelt wurde, kann der Mittelwert durch $\bar{y}_{E_L}^* = \frac{1}{N_{al}} \sum_{j=1}^{N_{al}} y_{j,E_L}^*$ berechnet werden, der dann als probabilistisches Ergebnis unter der Bedingung des gegebenen epistemischen Vektors E_L verwendet wird.

Durch die Berechnung der Mittelwerte $\bar{y}_{E_L}^*$ für jeden epistemischen Vektor E_L , ($L=1,\dots,N_{ep}$) erhält man N_{ep} Mittelwerte, über die unter Verwendung der Stichprobenwerte der epistemischen Größen $E_1, \dots, E_{N_{ep}}$ eine Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden kann. Da die Ergebnisse der Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse auf den approximativen Werten $\bar{y}_{E_L}^*$ ($L=1, \dots, N_{ep}$) beruhen, wird die Analyse als approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse bezeichnet.

Wie gut die Ergebnisse der in diesem Abschnitt beschriebenen Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse sind, kann nur ein Vergleich mit denjenigen Ergebnisse zeigen, die auf der methodisch genaueren zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation einer MCDET-Analyse beruhen. Dies erfolgt in Abschnitt 5.2 für das in den Abschnitten 4.1 und 4.2 beschriebene Anwendungsbeispiel.

Wie oben erwähnt, erfordert die in diesem Abschnitt beschriebene Methode neben der durchgeführten MCDET-Analyse auf der Basis einer gemeinsamen Monte-Carlo-Simulation unter Berücksichtigung aller epistemischen und aleatorischen Variablen keine weiteren MCDET-Rechnungen. Gegenüber einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation bedeutet dies eine deutliche Ersparnis der Rechenzeit. Leider sind aber auch Situationen denkbar und zu erwarten, in denen die Anwendung dieser

Methode nicht sinnvoll erscheint bzw. gar nicht möglich ist. Solche Situationen können sich zum Beispiel ergeben, wenn

1. keine ausreichend gute Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die Ergebnisse der MCDET-Analyse erzielt werden kann;
2. eine Regressionsfunktion in den beteiligten Variablen nicht aufgestellt werden kann, weil die Verteilungsparameter der aleatorischen Größen explizit durch Dynamikgrößen definiert werden und somit die Anzahl der Variablen für die Regressionsfunktion nicht von vornherein festgelegt ist, sondern vom Prozessverlauf bestimmt wird und
3. die Gesamtanzahl aller beteiligten Variablen sehr groß ist, so dass man allein schon für die Aufstellung der Regressionsfunktion sehr viele, u. U. zu viele, MCDET-Rechenläufe durchführen müsste.

Aus diesem Grund soll im folgenden Abschnitt 3.3 eine alternative Methode zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse vorgestellt werden, die diese Nachteile zwar nicht hat, die jedoch einen zusätzlichen Rechenaufwand erfordert.

3.3 Alternative Methode zur Durchführung einer approximativen epistemischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse für die Ergebnisse einer probabilistische Dynamikanalyse mit MCDET (Methode 2)

In Abschnitt 3.2 wurde beschrieben, dass auch unter Verwendung multipler Regressionsfunktionen zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse eine zweistufige Simulationsschleife zur Trennung aleatorischer und epistemischer Unsicherheiten durchgeführt wird. Im Unterschied zur vollen zweistufigen Monte-Carlo-Simulation wird anstelle des tatsächlichen Rechenmodells eine multiple lineare Regressionsfunktion in allen Variablen der beiden Typen benutzt. Für die Aufstellung dieser linearen Regressionsfunktion liegen Ergebnisse aus Modellrechnungen vor, bei denen beide Variablentypen jeweils gleichzeitig zusammen „ausgespielt“ und damit nicht voneinander getrennt behandelt werden.

Es ist klar, dass die Qualität der Ergebnisse dieser „approximativen“ zweistufigen Simulation aus 3.2 von der Qualität der verwendeten Regressionsfunktion als lineare Approximation des gesamten Rechenmodells abhängt. Darüberhinaus kann bei sehr komplexen und rechenzeitintensiven Rechenmodellen selbst die Aufstellung einer linearen Regressionsfunktion, abgesehen von ihrer Qualität, zum Problem werden.

Für solche komplexen Fälle, die in praktischen Anwendungen der PSA durchaus zu erwarten sind, wäre daher eine geeignete alternative Methodik zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse erwünscht, die zum einen von der Anzahl der beteiligten Variablen beider Arten unabhängig ist und zum anderen ohne die Erzeugung von Regressionsfunktionen mit einem noch vertretbaren Rechenaufwand auskommt.

In Abschnitt 3.3.1 werden die mathematischen Grundlagen der alternativen Methode zur approximativen Unsicherheitsanalyse und in Abschnitt 3.3.2 die mathematischen Grundlagen zur approximativen Sensitivitätsanalyse beschrieben.

3.3.1 Mathematische Grundlagen der alternativen Methode zur approximativen Unsicherheitsanalyse

Die in diesem Abschnitt vorgeschlagene Methodik einer approximativen Unsicherheitsanalyse (Sensitivitätsanalyse, s. Abschnitt 3.3.2) ist allgemeiner anwendbar als die vorher in Abschnitt 3.2 beschriebene Methode, da sie insbesondere von der Anzahl der beteiligten aleatorischen und epistemischen Größen unabhängig ist, die sich während des Prozessablaufs möglicherweise ändern können. Sie basiert auf der Durchführung von zwei getrennt voneinander durchzuführenden MCDET-Analysen, in denen jeweils eine Stichprobe von dynamischen Ereignisbäumen erzeugt wird. Für die erste MCDET-Analyse werden, wie bei der zuvor in Abschnitt 3.2 beschriebenen Methode, beide Variablentypen gleichzeitig variiert. Für die zweite MCDET-Analyse werden nur die aleatorischen Variablen variiert, während alle epistemischen Variablen jeweils dieselben Werte behalten, die sie bei der ersten MCDET-Analyse hatten.

Im Gegensatz zu der in Abschnitt 3.2 beschriebenen approximativen Methode über Regressionsfunktionen, verzichtet diese Methodik ganz auf eine zweistufige Monte-Carlo-Simulation. Die Trennung aleatorischer und epistemischer Unsicherheiten erfolgt im Wesentlichen dadurch, dass aus den Ergebnissen der beiden getrennt voneinander

durchgeführten MCDET-Analysen der Mittelwert μ und die Varianz σ^2 der eigentlich interessierenden (epistemischen) Unsicherheitsverteilung der probabilistischen PSA-Ergebnisgröße berechnet bzw. statistisch geschätzt werden. Daraus lässt sich eine approximative Unsicherheitsaussage in Form einer statistischen Kennzahl für die Unsicherheit der betrachteten probabilistischen Ergebnisgröße angeben und zwar durch den Ausdruck

$$\mu + k \cdot \sigma \text{ (z. B. } \mu + 2 \cdot \sigma \text{)}.$$

Dieser Ausdruck kann als Ersatz für die Größe verwendet werden, die sonst zur Charakterisierung der epistemischen Ergebnisunsicherheit dient, wie z. B. für das 95%-Quantil der Unsicherheitsverteilung der probabilistischen Ergebnisgröße. Unter geeigneten Verteilungsannahmen (z. B. Annahme einer Beta-Verteilung, wenn es sich bei der probabilistischen Ergebnisgröße beispielsweise um eine Überschreitungswahrscheinlichkeit handelt) kann auch das gewünschte 95%-Quantil direkt berechnet bzw. geschätzt werden. Auch approximative Sensitivitätsaussagen im Sinne von „uncertainty importance“ können aus den Ergebnissen dieser Rechnungen hergeleitet werden, wie in Abschnitt 3.3.2 gezeigt wird.

Betrachtet wird allgemein eine skalare (z. B. physikalische) Ergebnisgröße Y , die sowohl von aleatorischen Unsicherheiten \mathbf{x} als auch von epistemischen Unsicherheiten $\boldsymbol{\varepsilon}$ abhängt und die daher dargestellt werden kann durch

$$Y = R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x}).$$

R symbolisiert hierbei den durch das Rechenmodell gegebenen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Ergebnis Y und den beteiligten Variablen (-Vektoren) \mathbf{x} und $\boldsymbol{\varepsilon}$ beider Typen von Unsicherheiten. Eventuelle Abhängigkeit von weiteren konstanten Größen ist in diesem Zusammenhang irrelevant und kann der Einfachheit halber weggelassen werden. Als PSA-relevante probabilistische Ergebnisgröße kann man ohne Einschränkung der Allgemeinheit (o. E. d. A.) die bedingte Erwartung

$$E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}]$$

von Y unter der Bedingung $\boldsymbol{\varepsilon}$ ansetzen. Beim Konzept der bedingten Erwartung werden die beteiligten aleatorischen Unsicherheiten bzgl. der (z. B. physikalischen) Ergebnisgröße Y in geeigneter Weise gemittelt, und es ergibt sich eine nur von den

epistemischen Unsicherheiten ϵ abhängige probabilistische Ergebnisgröße $E[Y | \epsilon]$. Z. B. lässt sich eine Überschreitungswahrscheinlichkeit als (bedingter) Erwartungswert der entsprechenden Indikatorfunktion Y unter der Bedingung ϵ darstellen. Gegebenenfalls muss die Ergebnisvariable Y entsprechend umdefiniert werden.

Bei der MCDET-Methode zur probabilistischen Dynamikanalyse ist die Ergebnisvariable Y bereits als bedingte Erwartung $Y = E[Y^* | \epsilon, \mathbf{x}_s]$ mit einer geeigneten (z. B. physikalischen) Modelloutputgröße Y^* darstellbar. Dabei repräsentiert \mathbf{x}_s die Gesamtheit der aleatorischen Größen, die über Monte-Carlo-Simulation und nicht über die dynamische Ereignisbaummethode berücksichtigt werden, und ϵ die Gesamtheit der epistemischen Größen. Der bedingte Erwartungswert $E[Y^* | \epsilon, \mathbf{x}_s]$ von Y^* wird somit allein über die verbleibenden diskreten aleatorischen Größen gebildet, die über die dynamische Ereignisbaummethode berücksichtigt werden /HOF 01/.

Wenn beide Arten der Unsicherheit vorliegen, ist mit dieser Terminologie das formal mathematische Ziel der approximativen epistemischen Unsicherheitsanalyse, die Bestimmung bzw. Schätzung der ersten beiden zentralen statistischen Momente der epistemischen Verteilung der bedingten Erwartung $E[Y | \epsilon]$, d. h. die Bestimmung des Erwartungswertes

$$\mu = E(E[Y | \epsilon])$$

und der Varianz

$$\sigma^2 = \text{var}(E[Y | \epsilon])$$

von $E[Y | \epsilon]$. Hierbei ist $Y = R(\epsilon, \mathbf{x})$ und der bedingte Erwartungswert $E[Y | \epsilon]$ von Y unter der Bedingung ϵ wird allein über die aleatorischen Variablen \mathbf{x} gebildet.

Zur statistischen Schätzung des Erwartungswertes $\mu = E(E[Y | \epsilon])$ von $E[Y | \epsilon]$ wird die folgende bekannte elementare Eigenschaft der bedingten Erwartung genutzt:

$$\mu = E(E[Y | \epsilon]) = E[Y] ,$$

d. h. der Erwartungswert der bedingten Erwartung ist gleich dem (unbedingten) Erwartungswert.

Diesen Erwartungswert $E[Y]$ kann man mittels einer einfachen statistischen Stichprobe y_1, \dots, y_N der probabilistischen Ergebnisgröße Y statistisch schätzen, nämlich durch deren Mittelwert \bar{y} , d. h.

$$\mu = E[Y] \approx \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

Die Generierung dieser Stichprobenwerte y_1, \dots, y_N erfolgt in einer MCDET-Analyse vom Umfang N (d. h. es werden insgesamt N diskrete dynamische Ereignisbäume erzeugt), wobei die jeweiligen Werte $(\epsilon_i, \mathbf{x}_i)$ der beteiligten epistemischen und aleatorischen Größen (ϵ, \mathbf{x}) gleichzeitig variiert d. h. zusammen „ausgespielt“ werden. Aus den N berechneten dynamischen Ereignisbäumen erhält man dann die entsprechenden N Stichprobenwerte $y_i = R(\epsilon_i, \mathbf{x}_i)$ der probabilistischen Ergebnisgröße Y .

Der statistischen Schätzung der Varianz $\sigma^2 = \text{var}(E[Y | \epsilon])$ der bedingten Erwartung $E[Y | \epsilon]$ liegt der folgende mathematische Sachverhalt zugrunde:

Sind die (aleatorischen) Variablen \mathbf{x} und \mathbf{x}' identisch verteilt und bedingt unabhängig unter der Bedingung der epistemischen Variablen ϵ (conditionally independent given ϵ), dann ist die Kovarianz $\text{cov}(Y, Y')$ zwischen den zwei Ergebnisvariablen/Funktionen

$$Y = R(\epsilon, \mathbf{x}) \text{ und } Y' = R(\epsilon, \mathbf{x}')$$

gleich der gesuchten Varianz σ^2 der bedingten Erwartung $E[Y | \epsilon]$, also gleich dem Ausdruck $\text{var}(E[Y | \epsilon])$, d. h.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \text{var}[E[Y | \epsilon]] \\ &= \text{cov}(Y, Y') \\ &= E[(Y - E(Y)) \cdot (Y' - E(Y'))] \\ &= E(Y \cdot Y') - E(Y) \cdot E(Y') \end{aligned}$$

Die letzten beiden Gleichungen sind allgemein bekannte Darstellungen der Kovarianz. Der Beweis dieses Sachverhalts kann aus den elementaren Eigenschaften der bedingten Erwartung $E[Y | \epsilon]$ leicht abgeleitet werden. Es gelten folgende Beziehungen:

- 1.) $E(Y) = E(Y') = E(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}]),$
- 2.) $E[Y' | \boldsymbol{\varepsilon}] = E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}],$
- 3.) Y, Y' sind bedingt unabhängig unter der Bedingung $\boldsymbol{\varepsilon}$ und
- 4.) $E(Y \cdot Y') = E(E[Y \cdot Y' | \boldsymbol{\varepsilon}]) = E(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}] \cdot E[Y' | \boldsymbol{\varepsilon}])$
 $= E(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}] \cdot E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}])$
 $= E(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}]^2).$

Aus den oben angegebenen Beziehungen folgt:

$$\begin{aligned} \text{cov}(Y, Y') &= E(Y \cdot Y') - E(Y) \cdot E(Y') \\ &= E(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}]^2) - E^2(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}]) \\ &= \text{var}(E[Y | \boldsymbol{\varepsilon}]) = \sigma^2. \end{aligned}$$

Aus diesem Sachverhalt ergibt sich das folgende statistische Verfahren zur Schätzung der gesuchten Varianz σ^2 . Dazu werden zwei voneinander getrennte MCDET-Analysen durchgeführt, in denen jeweils N dynamische Ereignisbäume generiert werden.

Die erste MCDET-Analyse ist identisch mit derjenigen, die wie oben erläutert bei der Bestimmung des Erwartungswertes μ verwendet wird. D. h. es werden N Wertesätze $(\varepsilon_{1,i}, \dots, \varepsilon_{n,i}, x_{1,i}, \dots, x_{m,i})_{i=1, \dots, N}$ der beteiligten epistemischen und aleatorischen Größen $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ und $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_m)$ gleichzeitig variiert (d. h. zusammen ausgespielt) und die entsprechenden Berechnungen $R(\varepsilon_{1,i}, \dots, \varepsilon_{n,i}, x_{1,i}, \dots, x_{m,i})_{i=1, \dots, N}$ zur Generierung von N dynamischen Ereignisbäumen durchgeführt. Dies liefert die erste Stichprobe von N Werten y_1, \dots, y_N der Ergebnisgröße $Y = R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$.

Für die zweite durchzuführende MCDET-Analyse werden für die epistemischen Variablen $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ dieselben Werte $(\varepsilon_{1,i}, \dots, \varepsilon_{n,i})_{i=1, \dots, N}$ genommen, die in der ersten MCDET-Analyse ausgespielt worden sind. Für die aleatorischen Variablen $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_m)$ werden für die zweite durchzuführende MCDET-Analyse dagegen neue Werte $(x'_{1,i}, \dots, x'_{m,i})_{i=1, \dots, N}$ generiert ("ausgespielt"). Für die neu kombinierten N Wertesätze $(\varepsilon_{1,i}, \dots, \varepsilon_{n,i}, x'_{1,i}, \dots, x'_{m,i})_{i=1, \dots, N}$ der beteiligten epistemischen und aleatorischen Größen $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ und $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_m)$ werden die entsprechenden Berechnungen zur Generierung von N dynamischen Ereignisbäumen in einer zweiten MCDET-Analyse durchgeführt. Dies liefert N neue Stichprobenwerte y'_1, \dots, y'_N der Ergebnisgröße $Y' = R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x}')$.

Nach Durchführung der Berechnungen zur Generierung von 2N dynamischen Ereignisbäumen liegen dann N Wertepaare $(y_1, y'_1), \dots, (y_N, y'_N)$ vor, d. h. eine zweidimensionale Stichprobe von (Y, Y') . Aufgrund der oben beschriebenen Beziehungen kann nun die Stichprobenkovarianz

$$\text{cov}(y, y') = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}) \cdot (y'_i - \bar{y}') = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i y'_i - \bar{y} \cdot \bar{y}'$$

dieser Wertepaare als statistische Schätzung der gesuchten Varianz σ^2 von $E[Y | \boldsymbol{\epsilon}]$ verwendet werden, i.e.

$$\sigma^2 = \text{var}(E[Y | \boldsymbol{\epsilon}]) \approx \text{cov}(y, y') = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i y'_i - \bar{y} \cdot \bar{y}'$$

wobei \bar{y} und \bar{y}' die beiden arithmetischen Mittel der Werte y_1, \dots, y_N bzw. y'_1, \dots, y'_N sind.

In Folgenden seien noch einige wichtige Bemerkungen zu der in diesem Abschnitt beschriebenen Methodik gegeben:

1. Für die in diesem Abschnitt beschriebene Methodik zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse sind zwei getrennt voneinander durchzuführende MCDET-Analysen, in denen jeweils N diskrete dynamische Ereignisbäume erzeugt werden, erforderlich. Die Anzahl N der erzeugten dynamischen Ereignisbäume ist dabei unabhängig von der Anzahl der beteiligten epistemischen und aleatorischen Variablen. Diese Methode ist also, anders als die regressionsbasierte Methode aus Abschnitt 3.2, auch dann durchführbar, wenn die Anzahl der aleatorischen und epistemischen Größen sehr groß ist und auch wenn einige aleatorische Größen vom Prozessablauf oder von Werten epistemischer oder anderer aleatorischer Größen abhängig sind und somit nicht zu Beginn der Analyse spezifiziert werden können. Durch diese Eigenschaft kann die Methode allgemein für die meisten (auch komplexen) probabilistischen Dynamikanalysen angewendet werden. Die Anzahl der epistemischen Größen muss dagegen fest sein, was aber meistens der Fall ist bzw. o. E. d. A. eingehalten werden kann. Der einfache Stichprobenumfang N bestimmt sich allein aus

- i) dem Rechenzeitbedarf für die Durchführung der Rechenläufe und
 - ii) der geforderten statistischen Genauigkeit der Schätzung von μ und σ^2 .
D. h. je größer N gewählt wird, desto genauer lassen sich die Werte von μ und σ^2 schätzen.
2. Nach der obigen Beschreibung ist zur Bestimmung von μ nur eine MCDET-Analyse zur Erzeugung von N diskreten dynamischen Ereignisbäumen bei gleichzeitiger Variation der aleatorischen und epistemischen Größen erforderlich. Zur Bestimmung von σ^2 wird zusätzlich noch eine zweite MCDET-Analyse mit einem neu ausgespielten Parametersatz der aleatorischen Größen benötigt. Zu einer verbesserten Schätzung des Erwartungswertes μ können auch beide Stichproben von Ereignissen herangezogen werden. Der verbesserte Mittelwert μ aus den beiden Stichproben y_1, \dots, y_N und y'_1, \dots, y'_N wird durch $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i + y'_i}{2}$ bestimmt. Das Ergebnis ist dasselbe wie das arithmetische Mittel $(\mu_1 + \mu_2)/2$ der zwei Mittelwerte μ_1, μ_2 der beiden einzelnen Stichproben y_1, \dots, y_N und y'_1, \dots, y'_N .
3. Die hier beschriebene Methodik liefert keine direkten oder approximativen Stichprobenwerte für die eigentlich interessierende PSA-relevante probabilistische Ergebnisgröße $E[Y|\epsilon]$, die notwendig wären um z. B. das 95%-Quantil der epistemischen Verteilung von $E[Y|\epsilon]$ zu bestimmen bzw. abzuschätzen. Die im Zuge dieses Verfahrens ermittelten Stichprobenwerte y_1, \dots, y_N bzw. y'_1, \dots, y'_N beziehen sich auf die Ergebnisgröße Y, nicht aber auf die hier interessierende PSA-relevante probabilistische Ergebnisgröße $E[Y|\epsilon]$. Daher kann man auch nicht die üblichen stichprobenbasierten statistischen Standardverfahren der klassischen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse anwenden um entsprechende Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen über $E[Y|\epsilon]$ zu erhalten. Es kann aber eine approximative „abgeschwächte“ Unsicherheitsaussage auf der Basis der beiden geschätzten statistischen Momente μ und σ^2 der Unsicherheitsverteilung der PSA-relevanten probabilistischen Ergebnisgröße $E[Y|\epsilon]$ formuliert werden, z. B. in Form einer statistischen Obergrenze oder Kennzahl der Gestalt $\mu + k \cdot \sigma$ (vorzugsweise $\mu + 2 \cdot \sigma$). Die Kennzahl $\mu + 2 \cdot \sigma$ kann dann gewissermaßen als Näherung für das obere ($\beta = 95\%$)-Quantil der Unsicherheitsverteilung von $E[Y|\epsilon]$ verwendet werden. Wäre diese Verteilung eine Normalverteilung mit den Verteilungsparametern μ und σ , so wäre der so ermittelte Grenzwert $\mu + 2 \cdot \sigma$ eine konservative Abschätz-

zung des 95%-Quantils, das bei einer Normalverteilung bekanntlich durch $q_{95} = \mu + 1.64 \cdot \sigma$ gegeben ist. Zur Bestimmung des 99%-Quantils wäre bei einer Normalverteilung der Wert $\mu + 2.33 \sigma$ zu ermitteln.

Ohne Annahme eines Verteilungstyps, ergibt sich aufgrund der Ungleichung von Cantelli

$$p(X > \mu + k \cdot \sigma) \leq 1/(1+k^2)$$

der zum β -Quantil gehörende Wert $k = [\beta/(1-\beta)]^{1/2}$ und damit die (approximative) Abschätzung des β -Quantils zu

$$\beta\text{-Quantil} < \mu + k \cdot \sigma = \mu + [\beta/(1-\beta)]^{1/2} \sigma .$$

Speziell für $\beta=0.95$ ergibt sich damit der Wert $k=(19)^{1/2} = 4.36$ und damit die (approximative) Abschätzung des 95%-Quantils zu

$$95\text{-Quantil} < \mu + 4.36\sigma .$$

Diese Abschätzung ist bekanntlich sehr konservativ, d. h. der Wert $\mu + 4.36\sigma$ wird das tatsächliche 95%-Quantil in der Regel weit überschreiten. Z. B. hat das 95%-Quantil einer Gauß-Verteilung bekanntlich den deutlich niedrigeren Wert $\mu + 1.64\sigma$.

Welcher Wert für k nun bei der Bestimmung der Obergrenze $\mu + k \cdot \sigma$ für das 95%-Quantil genommen werden sollte, kann letztlich nur der Anwender und Modellexperte entscheiden. Der Wert $k=2$ scheint aber eine vernünftige und daher empfehlenswerte Wahl zu sein. Ein 2σ -Bereich um den Mittelwert gilt vielfach als ausreichend zur Eingrenzung der Variabilität einer Zufallsvariablen.

4. Unter geeigneten Annahmen (Verteilungsannahmen) über den Typ der Verteilung der probabilistischen Ergebnisgröße $E[Y|\epsilon]$ und aus den über die Momentenmethode geschätzten Verteilungsparameter können die gewünschten Quantile unter Verwendung der beiden zuvor berechneten statistischen Momente μ und σ direkt ermittelt werden. Eine wichtige Anwendung dieses Prinzips ergibt sich, wenn die interessierende probabilistische Ergebnisgröße eine Wahrscheinlichkeit ist, z. B. die Überschreitungswahrscheinlichkeit eines vorgegebenen Sicherheitslimits. In diesem Fall bietet sich für die Verteilung dieser Wahrscheinlichkeit der Verteilungstyp der Betaverteilung an. Die Verteilungsparameter α und β der Betaverteilung können aus den zuvor ermittelten Werten für μ und σ mit Hilfe der Gleichungen

$$\mu = \alpha/(\alpha+\beta) \text{ und}$$

$$\sigma^2 = \mu(1-\mu)/(\alpha+\beta+1)$$

bestimmt werden. Sind auf diese Weise die Parameter α und β der Beta-Verteilung bestimmt worden, können daraus mit numerischen Methoden schließlich die Quantile der Beta-Verteilung berechnet werden. Es sei an dieser Stelle betont, dass dies alles nur unter der Hypothese gültig ist, wenn die Verteilungsannahme tatsächlich auch zutrifft. Ein statistischer Test dieser Hypothese ist aber nicht ohne weiteres möglich, da keine direkten Stichprobenwerte für die jeweilige PSA-Ergebnisgröße, z. B. für die „Überschreitungswahrscheinlichkeit“, vorliegen. Man wäre also hier nur auf reines Expertenurteil angewiesen. Ein konkretes Anwendungsbeispiel hierzu findet sich im Abschnitt 5.3.

3.3.2 Mathematische Grundlagen der alternativen Methode zur approximativen Sensitivitätsanalyse

Wenn beide Arten der Unsicherheit vorliegen, wäre in Übereinstimmung mit der oben eingeführten Terminologie das formal mathematische Ziel einer (epistemischen) Sensitivitätsanalyse die Bestimmung geeigneter Sensitivitätsindizes der bedingten Erwartung $E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]$ bezüglich der unsicheren epistemischen Variablen $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$. Wie im vorherigen Abschnitt bereits bemerkt, sind die auf Stichproben basierenden Standardmethoden der Sensitivitätsanalyse hier nicht ohne weiteres anwendbar, da keine hierfür geeigneten Stichprobenwerte vorliegen. Die im Zuge des obigen Verfahrens zuvor ermittelten Stichprobenwerte y_1, \dots, y_N bzw. y'_1, \dots, y'_N scheinen hierfür zunächst ungeeignet, denn sie beziehen sich auf die Ergebnisgröße $Y=R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})=E[Y^*|\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x}_s]$, wobei Y^* z. B. eine physikalische Ergebnisgröße ist, und nicht auf die hier interessierende PSA-Ergebnisgröße $E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]$.

Es zeigt sich aber, dass man auch auf der Basis dieser Stichprobenwerte y_1, \dots, y_N bzw. y'_1, \dots, y'_N qualitativ-approximative Sensitivitätsaussagen in Form eines so genannten „qualitative importance ranking“ erhalten kann, d. h. einer qualitativen Rangfolge der epistemischen Variablen ε_i ($i=1, \dots, n$) hinsichtlich des Einflusses ihrer Unsicherheiten auf die Unsicherheit der probabilistischen Ergebnisgröße $E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]$. Man kann nämlich zeigen /HOF 01/, dass die gesuchten Sensitivitätsindizes der PSA-Ergebnisgröße $E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]$ bezüglich der einzelnen epistemischen Variablen ε_i ($i=1, \dots, n$)

proportional sind zu den entsprechenden Sensitivitätsindizes der Ergebnisgröße $Y=R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ bezüglich derselben epistemischen Variablen, d. h. es gilt für $i=1, \dots, k$:

$$(\text{Sensitivitätsindex von } E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}] \text{ bzgl. } \varepsilon_i) = c \cdot (\text{Sensitivitätsindex von } Y \text{ bzgl. } \varepsilon_i)$$

Diese Proportionalitätseigenschaft gilt für viele der Standard-Sensitivitätsmaße, die in der epistemischen Sensitivitätsanalyse verwendet werden, so z. B. für die Sensitivitätsmaße:

- Korrelationskoeffizient,
- standardisierter Regressionskoeffizient,
- semipartieller Korrelationskoeffizient,
- Korrelationsverhältnis („correlation ratio“).

Es ist zu betonen, dass sich die Proportionalitätseigenschaft auf die analytischen Werte der Sensitivitätsindizes bezüglich der „Grundgesamtheit“ („population values“) bezieht. Für die obigen vier Sensitivitätsmaße ist die Proportionalitätskonstante c identisch und ist gegeben durch den Ausdruck

$$c = \sqrt{\frac{\text{var}(Y)}{\text{var}(E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]})}$$

Die Bestimmung bzw. statistische Schätzung dieser Proportionalitätskonstanten c aus den verfügbaren Stichprobenwerten von Y wird weiter unten beschrieben.

Aber auch ohne explizite Kenntnis des Wertes der Proportionalitätskonstanten c , legt der obige Sachverhalt die folgende Vorgehensweise einer qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse nahe:

Nach den bekannten Standardmethoden der stichprobenbasierten Sensitivitätsanalyse bestimme man aus den bereits vorliegenden Werten y_1, \dots, y_N der Ergebnisgröße $Y=R(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ und den zugrundeliegenden Stichprobenwerten der epistemischen Variablen $\boldsymbol{\varepsilon}$ die entsprechenden Sensitivitätsindizes von Y bezüglich der einzelnen epistemischen Variablen ε_i ($i=1, \dots, n$). Die den Stichprobenwerten y_1, \dots, y_N ebenfalls zugrundeliegenden Werte der aleatorischen Größen x_j ($j=1, \dots, m$) werden dabei ignoriert. Die sich für die epistemischen Größen ε_i ($i=1, \dots, n$) ergebenden n Sensitivitätsindizes sind zunächst

interpretierbar als Sensitivitätsindizes von Y bzgl. ε_i und liefern daher zunächst nur eine Rangfolge der unsicheren Parameter bezüglich des Einflusses ihrer Unsicherheiten auf die Unsicherheit der Ergebnisgröße Y . Aufgrund der obigen Proportionalitätsbeziehung kann man diese Parameterrangfolge aber auch als eine Rangfolge hinsichtlich der Unsicherheit der hier interessierenden Ergebnisgröße $E[Y | \varepsilon]$ betrachten. Damit ist eine qualitativ-approximative Sensitivitätsaussage in Form eines „qualitative importance ranking“ der epistemischen Variablen ε_i ($i=1, \dots, n$) in Bezug auf die probabilistische Ergebnisgröße $E[Y | \varepsilon]$ gegeben.

Weitere Bemerkungen zur qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse:

1. Die obige qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse ist ebenso wie die entsprechende approximative Unsicherheitsanalyse aus Abschnitt 3.3.1 unabhängig von der Anzahl der beteiligten aleatorischen Variablen. Dies ist wichtig für realistische PSA-Anwendungen, bei denen Anzahl und Art der aleatorischen Variablen selbst variabel sein kann, indem sie von Werten dynamischer Prozessgrößen abhängen, die sich durch die Wechselwirkungen des Prozessablaufs ergeben. In solchen Fällen ist die in Abschnitt 3.2 beschriebene regressionsbasierte approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse nicht anwendbar.
2. Die obige Darstellung der qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse basiert auf einem einzigen Satz von Stichprobenwerten y_1, \dots, y_N . Aus der approximativen Unsicherheitsanalyse (s. Abschnitt 3.3.1) liegen aber zwei Sätze von geeigneten Stichprobenwerten y_1, \dots, y_N und y'_1, \dots, y'_N vor, denen dieselben Werte bzgl. der epistemischen Variablen ε_i ($i=1, \dots, n$) zugrunde liegen. Es ist deshalb naheliegend, für die Durchführung der obigen qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse beide Wertesätze dadurch zu berücksichtigen, dass man anstelle der einfachen Stichprobenwerte y_i ($i=1, \dots, N$), die jeweiligen Stichprobenmittelwerte $(y_i + y'_i)/2$, ($i=1, \dots, N$) aus den beiden Sätzen verwendet. Dadurch erhöht sich die Genauigkeit des resultierenden „qualitative importance ranking“.
3. Die Proportionalitätskonstante c kann in etwa interpretiert werden als das Verhältnis der „Gesamtstreuung“ von Y , die sich aus den epistemischen und aleatorischen Variablen ergibt, zur „Teilstreuung“ von Y , die sich aus den epistemischen Variablen allein ergibt. Je größer der Wert von c , bzw. je kleiner $1/c$, desto geringer ist der Einfluss der epistemischen Variabilität im Vergleich zur Gesamtvariabilität. Aufgrund der in Abschnitt 3.3.1 hergeleiteten Beziehung $\text{var}[E[Y | \varepsilon]] = \text{cov}(Y, Y')$, der Definition des Korrelationskoeffizienten $\text{corr}(Y, Y') = \text{cov}(Y, Y') / (\text{var}Y \cdot \text{var}Y')^{1/2}$ und

der Tatsache, dass $\text{var}[Y] = \text{var}[Y']$ ist, gilt:

$$\begin{aligned} 1/c^2 &= \text{var}[E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]] / \text{var}[Y] \\ &= \text{cov}(Y, Y') / (\text{var}Y \cdot \text{var}Y')^{1/2} \\ &= \text{corr}(Y, Y'). \end{aligned}$$

1.

Daher kann die Schätzung von $1/c^2$ und damit indirekt auch von c durch den Stichprobenkorrelationskoeffizienten der vorliegenden N Wertepaare $(y_1, y'_1), \dots, (y_N, y'_N)$ aus den beiden Sätzen von Rechenläufen erfolgen, d. h.:

$$1/c^2 \approx \text{corr}(y, y') = \frac{\frac{1}{N} \sum y_i \cdot y'_i - \bar{y} \bar{y}'}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum (y_i - \bar{y})^2 \cdot \frac{1}{N} \sum (y'_i - \bar{y}')^2}}$$

4. Es ist klar, dass die Genauigkeit der Ergebnisse der qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse naturgemäß geringer sein muss als die Genauigkeit der Ergebnisse aus einer vollen zweistufigen Monte-Carlo-Simulation mit entsprechend höherer Datenbasis. Da außerdem, wegen der bekannten Ungleichung $\text{var}(E[Y|\boldsymbol{\varepsilon}]) \leq \text{var}(Y)$ die Proportionalitätskonstante $c \geq 1$ ist, werden bei der qualitativ-approximativen Analyse betragsmäßig entsprechend kleinere Sensitivitätsindizes geschätzt, und zwar jeweils um den Faktor kleiner, um den die Gesamtstreuung von Y aus epistemischen und aleatorischen Variablen die Teilstreuung von Y aus den epistemischen Variablen allein übersteigt. Das kann, bei geringem Stichprobenumfang und großen Werten von c , zu statistischen Ungenauigkeiten führen. Es empfiehlt sich daher, das aus der qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse resultierende „qualitative importance ranking“ nur für die wenigen dominierenden epistemischen Größen als verlässlich genug zu betrachten.

Die hier vorgestellte Methode der qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse wird zusammen mit der zugehörigen approximativen Unsicherheitsanalyse in Abschnitt 5.3 auf das Demonstrationsbeispiel angewendet, das im Folgenden Abschnitt 4 detailliert beschrieben wird.

4 Beschreibung des Anwendungsbeispiels

Um die Qualität der entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse abschätzen zu können, sollten sie

- an konkreten Anwendungsbeispielen erprobt und wenn möglich,
- durch einen Vergleich mit den Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen bewertet werden, die sich aus den Ergebnissen der MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation ergeben.

Eine Voraussetzung für eine volle zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation ist, dass das der MCDET-Analyse zugrundeliegende, deterministische Rechenmodell, das die System- und Prozessdynamik simuliert, relativ wenig Rechenzeit für einen Simulationslauf benötigt.

Das in dieser Arbeit verwendete Anwendungsbeispiel, das zur Erprobung und Bewertung der entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse dienen soll, ist ein im Rahmen des SARNET-Projekts entwickeltes dynamisches Modell zur Wasserstoffverbrennung im Containment /RAI 05/. Das Anwendungsbeispiel bietet neben der Eigenschaft, dass es eine interessante Problematik zur Reaktorsicherheitsforschung behandelt den zusätzlichen Vorteil, dass mit diesem relativ einfachen Modell eine zweistufige Simulationsschleife im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mittels der MCDET-Methode ohne übermäßigen Rechenaufwand durchgeführt werden kann. Dabei sei hier nochmals ausdrücklich betont, dass es sich nur um ein sehr vereinfachtes Modell zur Wasserstoffverbrennung im Containment handelt und die diesbezüglich dargestellten Ergebniswerte nicht für eine Weiterverwendung gedacht sind.

In Abschnitt 4.1 erfolgt eine Beschreibung des dynamischen Modells und der probabilistischen Einflussgrößen.

In Abschnitt 4.2 werden die in diesem Modell verwendeten aleatorischen und epistemischen Größen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben.

4.1 Anwendungsbeispiel: Wasserstoffverbrennung im Containment

Im Rahmen des SARNET-Projekts wurden in der Arbeitsgruppe „Level 2 PSA“ 3 Themengebiete bearbeitet:

1. Allgemeine Methoden zur Level 2 PSA. Hier werden die jeweiligen Erfahrungen, Methoden und Richtlinien verglichen, die zur Durchführung einer PSA Level 2 in verschiedenen europäischen Organisationen angewendet werden.
2. Methodenbeschreibung verschiedener Organisationen zur Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer Level 2 PSA.
3. Methoden zur probabilistischen Dynamikanalyse. In diesem Themengebiet ging es darum, fortschrittliche Methodenentwicklungen zur Durchführung einer probabilistischen Dynamikanalyse zu beschreiben und an einem Beispielproblem anzuwenden. In diesem Zusammenhang sollten die Eigenschaften der verschiedenen Methoden demonstriert werden.

Im Rahmen der Arbeitsgruppe wurde ein erstes einfaches dynamisches Modell zur Wasserstoffverbrennung im Containment /RAI 05/ vorgeschlagen. Bei der Modellerstellung wurde aus unterschiedlichen Gründen darauf geachtet, das Modell so einfach wie möglich zu gestalten. Ungeachtet dessen sollte das Modell jedoch so komplex sein, dass es insbesondere die zeitabhängigen Wechselwirkungen zwischen stochastischen Einflussgrößen und physikalischen Prozessgrößen beinhaltet, die mit den konventionellen Methoden der PSA (Fehler- und Ereignisbaumanalyse) nur unzureichend genau modelliert werden können.

Das vereinfachte dynamische Modell basiert auf Ergebnissen, die sich durch eine durchgeführte ASTEC-Rechnung eines Kühlmittelverluststörfalls eines französischen 900 MW Druckwasserreaktors ergeben haben. Die dazu verwendeten Ergebnisse dieser Rechnung werden in Abschnitt 4.1.1 beschrieben.

4.1.1 Zugrundeliegende Informationen aus ASTEC-Rechnungen

Die vereinfachte Modellierung des dynamischen Prozesses beruht auf Ergebnissen, die sich durch eine ASTEC-Rechnung einer Transiente eines französischen 900 MW Druckwasserreaktors ergeben haben. Für die Berechnung der Transiente wurden folgende Randbedingungen zugrundegelegt:

- Bei der Transiente handelt es sich um einen Kühlmittelverluststörfall mit einem Leck der Größe von 3“ im kalten Strang des Reaktorkühlsystems.
- Bis zum Beginn der Kernfreilegung findet keine Wassereinspeisung statt, da das Sicherheitseinspeisesystem und das Sprühsystem des Sicherheitsbehälters bis zu diesem Zeitpunkt nicht verfügbar sind.
- Das auslösende Ereignis tritt bei Volllast-Betrieb auf.

Die Rechnung dieses Szenarios wurde von IRSN mit dem ASTEC-Code V0.4 für 2 Fälle durchgeführt. Einmal für den Fall, dass das Sprühsystem nach Beginn der Kernfreilegung nicht aktiviert wird und einmal für den Fall, dass es aktiviert wird. Der Ereignisablauf, der sich aus der ASTEC-Rechnung ergeben hat, ist in Tab. 4-1 für den Fall dargestellt, dass das Sprühsystem nicht aktiviert wird. Dabei erfolgte der Beginn der Kernfreilegung 4080 s (ca. 1 Std. 8 Min.) und das Versagen des Reaktordruckbehälters 14220 s (ca. 4 Std.) nach Eintritt des auslösenden Ereignisses unter der Bedingung, dass keinerlei Maßnahmen ergriffen werden.

Tab. 4-1 Ereignisablauf, wenn Sprühsystem nicht aktiviert wird und keine weiteren Maßnahmen ergriffen werden

Time (s)	Event
4.08050E+03	Start of core uncover
4.12500E+03	Start of cladding oxidation in the core
4.79000E+03	Start of FPs release from fuel pellets (FP=Fuel Pellet)
5.87500E+03	Totale Kernfreilegung core uncover
6.03500E+03	Erstes Hüllrohrbersten fuel cladding rupture
9.36000E+03	Formation von Schmelze im Kern Melting pool formation in the core
1.06800E+04	First lateral corium slump in vessel lower head
1.26500E+04	Opening SG2 valves (SG= Steam Generator)
1.26600E+04	Closure SG2 valves
1.28500E+04	Opening SG1 valves
1.28600E+04	Opening SG3 valves
1.28600E+04	Closure SG1 valves
1.28700E+04	Closure SG3 valves
1.42200E+04	Lower head vessel failure

In Tab. 4-2 ist der Ereignisablauf für den Fall dargestellt, dass eine Aktivierung des Sprühsystems stattfindet. Das Versagen des Reaktordruckbehälters findet in diesem Fall 14755 s (ca. 4 Std. 5 Min.) nach Eintritt des auslösenden Ereignisses statt.

Tab. 4-2 Ereignisablauf, wenn Sprühsystem aktiviert wird und keine weiteren Maßnahmen ergriffen werden

Time (s)	Event
4.08050E+03	Start of core uncover
4.12500E+03	Start of cladding oxidation in the core
4.79000E+03	Start of FPs release from fuel pellets (FP=Fuel Pellet)
5.87500E+03	Total core uncover
6.03500E+03	First fuel cladding rupture
7.00000E+03	CHRS mode direct 1 file <- ON
9.40000E+03	Melting pool formation in the core
1.06750E+04	First lateral corium slump in vessel lower head
1.39100E+04	CHRS Recirculation on sump 1 file
1.45900E+04	Opening SG2 valves (SG= Steam Generator)
1.46000E+04	Closure SG2 valves
1.47550E+04	Lower head vessel failure

In Abhängigkeit davon, ob das Sprühsystem aktiviert wird oder nicht, ergeben sich verschiedene Abläufe von Prozessgrößen. In den nachfolgenden Abbildungen wird der Verlauf einige Prozessgrößen beispielhaft dargestellt:

- Abb. 4-1 und Abb. 4-2 beschreibt den zeitlichen Verlauf des Drucks im Sicherheitsbehälter und
- Abb. 4-3 und Abb. 4-4 den zeitlichen Verlauf der Masse verschiedener Gase im Sicherheitsbehälter

jeweils für die beiden Fälle in Abb. 4-1 und Abb. 4-3 ohne und Abb. 4-2 und Abb. 4-4 mit Aktivierung des Sprühsystems.

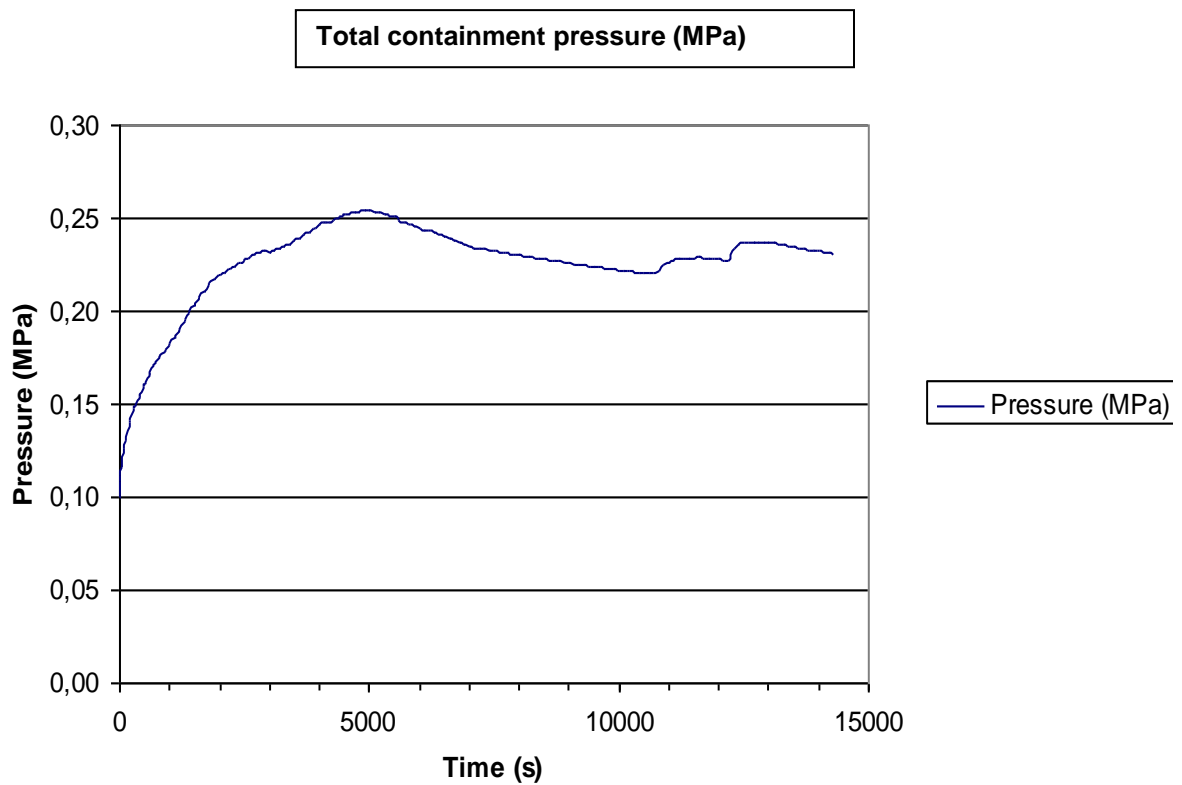


Abb. 4-1 Druck im Sicherheitsbehälter (ohne Aktivierung des Sprühsystems)

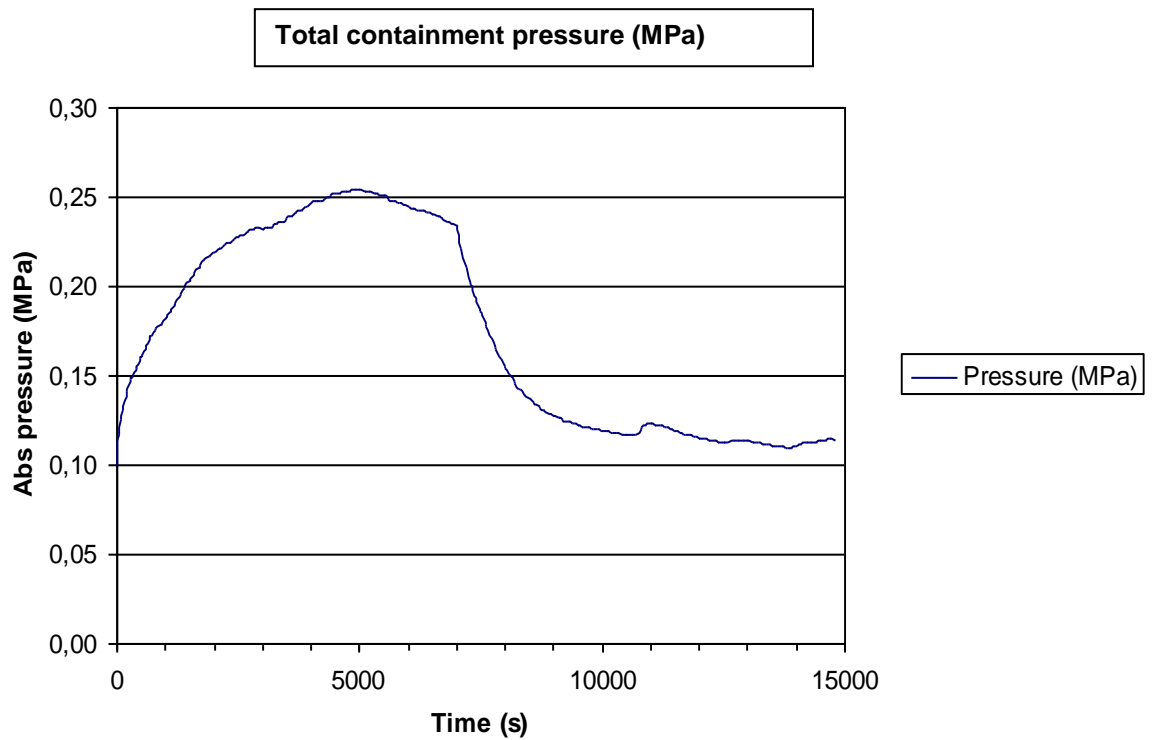


Abb. 4-2 Druck im Sicherheitsbehälter (mit Aktivierung des Sprühsystems)

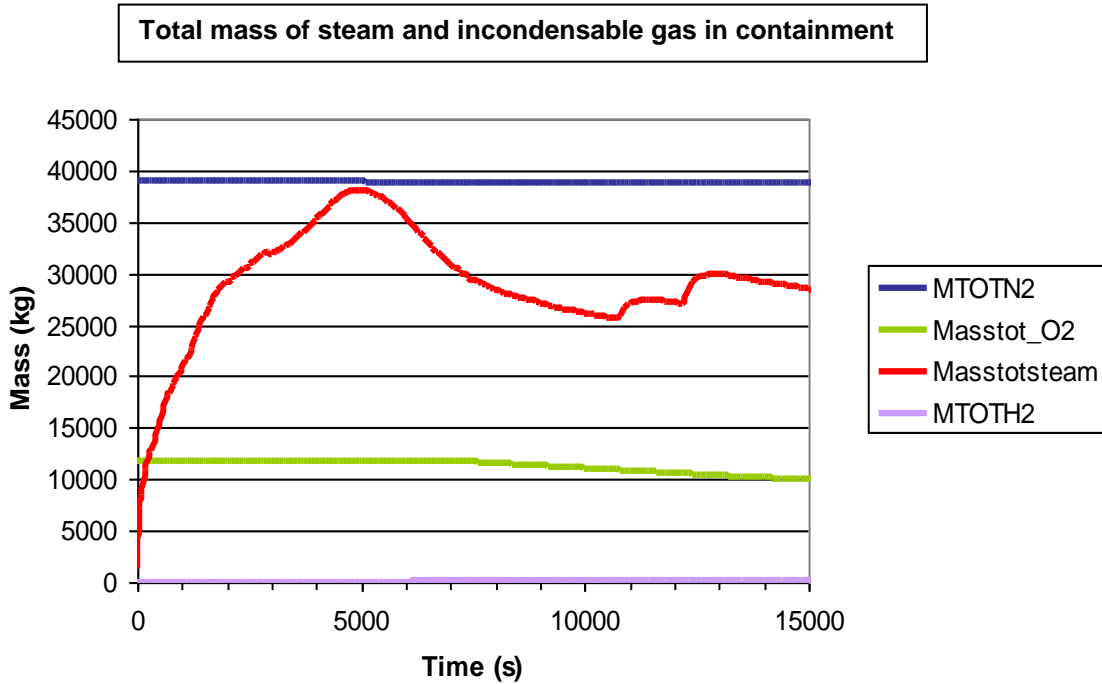


Abb. 4-3 Masse verschiedener Gase im Sicherheitsbehälter (ohne Aktivierung des Sprühsystems)

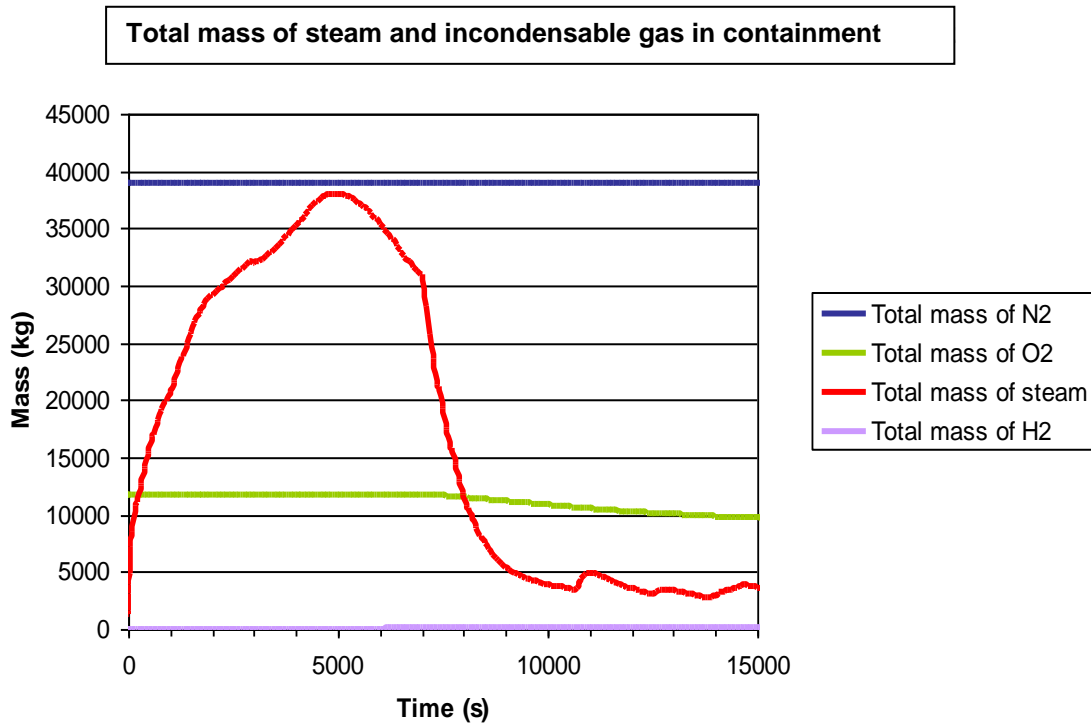


Abb. 4-4 Masse verschiedener Gase im Sicherheitsbehälter (mit Aktivierung des Sprühsystems)

Die Ergebnisse der beiden ASTEC-Rechnungen – ohne und mit Aktivierung des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter – wurden zugrundegelegt, um daraus ein vereinfachtes dynamisches Modell zur Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter herzuleiten.

4.1.2 Beschreibung des vereinfachten dynamischen Prozesses zur Wasserstoffentwicklung und -verbrennung im Containment

In diesem Abschnitt wird eine Beschreibung des vereinfachten dynamischen Prozesses der Wasserstoffentwicklung im Sicherheitsbehälter sowie seiner möglichen Entzündung und Verbrennung geliefert. Dieser vereinfachte dynamische Prozess wurde aus den Ergebnissen der ASTEC Rechnungen (s. Abschnitt 4.1.1) abgeleitet.

Durch das vereinfachte Modell soll die für eine PSA Level 2 relevante Frage abgeschätzt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit es zu einer Wasserstoffverbrennung im Containment und in Folge zu einem Versagen des Sicherheitsbehälters aufgrund des sich aus der Wasserstoffverbrennung einstellenden Spitzendrucks kommt.

Während der Kernschmelzphase wird angenommen, dass

- es Möglichkeiten gibt, dass Wasser in den Kern eingespeist werden kann,
- das Sprühsystem durch Operateure aktiviert werden kann,
- die Einspeisung von Wasser in den Kern zu einer Erhöhung der Entstehungsrate von Wasserstoff im Containment führt, nachdem die Oxidation der Brennstoffhülle begonnen hat und
- eine Wasserstoffverbrennung dadurch entstehen kann, dass das Gasgemisch im Sicherheitsbehälter durch die hohen Temperaturen der im Sicherheitsbehälter befindlichen Rekombinatoren entzündet wird. Dabei kann der Wasserstoff entweder ganz oder auch nur zu einem Teil verbrannt werden kann.

Im Folgenden werden die Annahmen des Modells im Detail beschrieben.

4.1.2.1 Ausgangszustand des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter

Zu Beginn der Rechnung wird der Ausgangszustand des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter durch die in Tab. 4-3 angegebenen Größen beschrieben.

Tab. 4-3 Ausgangszustand des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter

Druck:	0.234 MPa
Temperatur:	108.9°C
Masse an Stickstoff (N ₂):	38919 kg
Masse an Sauerstoff (O ₂):	11788 kg
Masse an Dampf (H ₂ O):	30910 kg
Masse an Wasserstoff (H ₂):	0 kg

Über folgende Beziehungen lassen sich aus den Massenangaben die entsprechen relativen Molekularmassen (Mol) von N₂, O₂ und H₂O berechnen.

$$1 \text{ kg N}_2 = 1000/28.0134 \text{ Mol N}_2$$

$$1 \text{ kg O}_2 = 1000/31.9988 \text{ Mol O}_2$$

$$1 \text{ kg H}_2 = 1000/2.016 \text{ Mol H}_2$$

$$1 \text{ kg H}_2\text{O} = 1000/18 \text{ Mol H}_2\text{O}$$

Vor der Aktivierung des Sprühsystems wird angenommen, dass sich der Druck im Sicherheitsbehälter zum Zeitpunkt t durch die Beziehung

$$P(t) = P(0) * n\text{-Mol}(t) / n\text{-Mol}(0)$$

berechnen lässt, wobei

P (0) - der Druck im Sicherheitsbehälter zum Zeitpunkt t=0 (Beginn der Rechnung),
d. h. P (0) = 0.234 MPa

n-Mol (0) - die gesamte molare Masse des Gasgemischs zum Zeitpunkt $t = 0$, d. h.

$$n\text{-Mol}(0) = 3475952 \text{ Mol}$$

n-Mol (t) - die gesamte molare Masse des Gasgemischs zum Zeitpunkt t ist.

n-Mol(t) ist aus der Summe der molaren Massen zu ermitteln, die N_2 , O_2 , H_2 , und H_2O zum Zeitpunkt t annehmen.

Es wird weiter angenommen, dass die Temperatur des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter vor der Aktivierung des Sprühsystems konstant ist.

4.1.2.2 Entwicklung der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter (ohne Kernbespeisung)

Die Entwicklung des Wasserstoff-Massenstroms im Sicherheitsbehälter für den Fall, dass es zur keiner Wassereinspeisung in den Kern kommt, sind in Tab. 4-4 angegeben. Dabei wird angenommen, dass bis zum Zeitpunkt $t = 4080s$ (Beginn der Kernfreilegung) das Sprühsystem nicht aktiviert wird und kein Wasserstoff im Sicherheitsbehälter erzeugt wird.

Tab. 4-4 Wasserstoff-Massenstromrate zur Wasserstoffentwicklung im Sicherheitsbehälter (ohne Wassereinspeisung in den Kern)

Zeit (s)	H ₂ Massenstrom (kg/s)
4081	0
5340	0,00066
5660	0,028
5970	0,17
6110	0,36
6425	0,156
7005	0,04
7410	0,09
9180	0,034
11070	0

Zum Zeitpunkt $t = 5340 s$ beträgt die Wasserstoff-Massenstromrate 0.00066 kg/s , zum Zeitpunkt $t = 5660s$ 0.028 kg/s etc. In dem vereinfachten Modell wird die Wasserstoff-Massenstromrate zu einem beliebigen Zeitpunkt, der zwischen den in Tab. 4-4 angegebenen Stützpunkten liegt, durch Interpolation der in Tab. 4-4 angegebenen Werte ermittelt.

Die in Tab. 4-4 aufgeführten Werte wurden der entsprechenden ASTEC-Rechnung entnommen. Der zeitliche Verlauf der Wasserstoff-Massenstromrate, der sich aus der ASTEC-Rechnung ergeben hat, ist in Abb. 4-5 dargestellt. Die rote Kurve zeigt den zeitlichen Verlauf der anhand der Tab. 4-4 interpolierten Werte im Vergleich zum Ergebnis aus der ASTEC-Rechnung (dargestellt durch die grüne Kurve). Der Vergleich zeigt, dass der zeitliche Verlauf der Wasserstoff-Massenstromrate sehr gut durch die mittels Tab. 4-4 interpolierten Näherungswerte beschrieben werden kann.

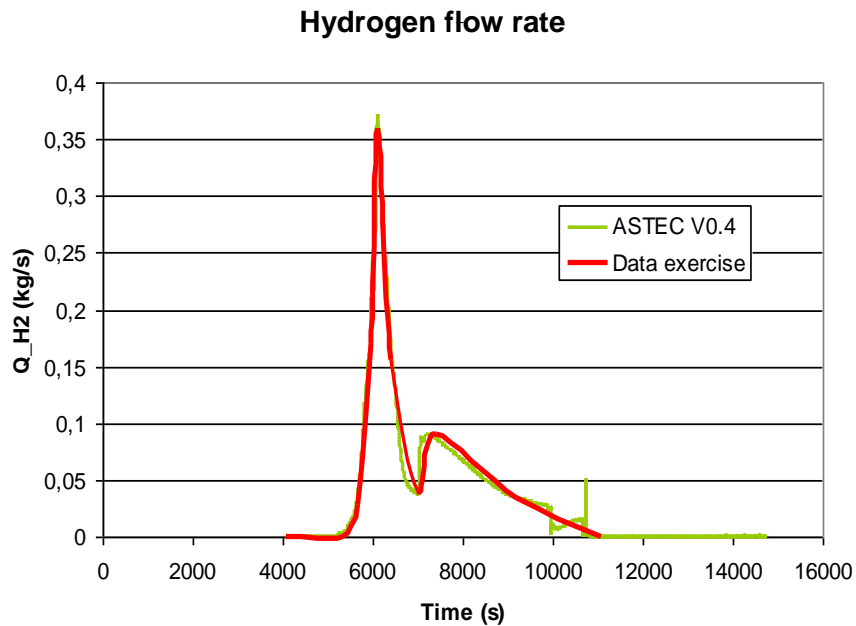


Abb. 4-5 Wasserstoff-Massenstromrate (kg/s) zur Wasserstofferzeugung im Sicherheitsbehälter (ohne Wassereinspeisung in den Kern)

Die zu einem beliebigen Zeitpunkt t' im Sicherheitsbehälter existierende Wasserstoffmasse kann für den Fall, dass keine Wassereinspeisung in den Kern erfolgt, als Summe der über die Zeitpunkte $t < t'$ interpolierten Werte aus Tab. 4-4 ermittelt werden durch

$$H2_{\text{mass}}(t') =$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} H2_{\text{mass}}(t_i) + 0.5 \cdot (H2_{\text{rate}}(t_{i+1}) + H2_{\text{rate}}(t_i)) \cdot (t_{i+1} - t_i)$$

mit $t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n \leq t'$

$H_{2_mass}(t_i)$ bezeichnet die Wasserstoffmasse, die bis zum Zeitpunkt t_i im Sicherheitsbehälter erzeugt wurde und

$H_{2_rate}(t_i)$ die Massenstromrate, mit der zum Zeitpunkt t_i Wasserstoff im Sicherheitsbehälter erzeugt wird.

4.1.2.3 Entwicklung der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter bei Kernbespeisung

Es wird angenommen, dass im Fall der Kernbespeisung die Einspeisung des Wassers mit einer konstanten Einspeiserate von 7.5 kg/s stattfindet. In dem Zeitraum zwischen der totalen Kernfreilegung zum Zeitpunkt $t = 5875$ s und dem Versagen des Reaktordruckbehälters nach $t = 14755$ s, trägt die Wassereinspeisung in den Kern zur Oxidation des Zirkoniums und Stahls bei. Es wird angenommen, dass sich dadurch die Wasserstoff-Massenstromrate um den Betrag von 0.833 kg/s erhöht.

Für den Fall der Wassereinspeisung in den Kern, erfolgt die Berechnung der Wasserstoff-Masse zum Zeitpunkt t' durch

$$H_{2_mass}(t') = \left(\sum_{i=0}^{n-1} H_{2_mass}(t_i) + \frac{H_{2_rate}(t_{i+1}) + H_{2_rate}(t_i)}{2} \cdot (t_{i+1} - t_i) \right) + 0.833 \cdot (t' - t_{Besp})$$

mit $t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n \leq t'$

$H_{2_mass}(t_i)$ bezeichnet die Wasserstoffmasse, die bis zum Zeitpunkt t_i im Sicherheitsbehälter erzeugt wurde,

$H_{2_rate}(t_i)$ die Massenstromrate, mit der zum Zeitpunkt t_i Wasserstoff im Sicherheitsbehälter erzeugt wird und

t_{Besp} den Zeitpunkt, an dem die Wassereinspeisung in den Kern begonnen hat.

Die räumliche Verteilung des Wasserstoffs im Containment wird in den Berechnungen nicht berücksichtigt, da davon ausgegangen wird, dass die Verteilung des Wasserstoffs im Hinblick auf die hohe Massenstromrate des Wasserstoffs kaum relevant ist.

4.1.2.4 Maximale Wasserstoff-Masse

Die maximale Masse an Wasserstoff, die erzeugt werden kann, beträgt 950 kg. Wenn im Sicherheitsbehälter eine Wasserstoffmasse von 950 kg erzeugt wurde, dann nimmt die Wasserstoff-Massenstromrate den Wert 0 kg/s an, so dass die Wasserstoffmasse im Sicherheitsbehälter nicht weiter anwachsen kann.

Wenn die Wassereinspeisung in den Kern vor dem Zeitpunkt einsetzt, zu dem die Hüllrohre zu schmelzen beginnen, findet keine Wasserstoffentwicklung statt, da davon ausgegangen wird, dass durch die frühe Kernbespeisung die Hüllrohre intakt bleiben. In diesem Fall kommt es zu keiner Wasserstoffentwicklung im Sicherheitsbehälter und demzufolge auch zu keiner Wasserstoffverbrennung.

4.1.2.5 Entwicklung der Dampfmasse, der Temperatur und des Drucks im Sicherheitsbehälter

Nach der Aktivierung des Sprühsystems ändern sich die Gesamtmasse an Dampf, die durchschnittliche Temperatur des Gasgemischs und der Druck im Sicherheitsbehälter. Im Folgenden bezeichnet $T_{\text{Sprüh}}$ den Zeitpunkt, zu dem das Sprühsystem aktiviert wird. Die Änderung der Dampfmasse im zeitlichen Verlauf ist in Form von einigen Stützpunkten der Zeit in Tab. 4-5 angegeben.

Die in der Tab. 4-5 angegebenen Werte der Dampfmasse beruhen auf Abschätzungen, die unter Verwendung der Ergebnisse der ASTEC-Rechnung bzgl. der zeitlichen Entwicklung der Dampfmasse vorgenommen wurden (s. Abb. 4-6).

Tab. 4-5 Zeitliche Entwicklung der Dampfmasse im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems

Zeit (s)	Dampfmasse (kg)
$T_{\text{Sprüh}}$ (Aktivierung des Sprühsystems)	30910
$T_{\text{Sprüh}} + 600$	17433
$T_{\text{Sprüh}} + 1500$	7505
$T_{\text{Sprüh}} + 2700$	4181
$T_{\text{Sprüh}} + 8000$	2700

Die Dampfmasse zu den in den Rechnungen berücksichtigten Zeitpunkten, werden durch Interpolation unter Verwendung der in Tab. 4-5 angegebenen Werte ermittelt.

Steam mass in containment

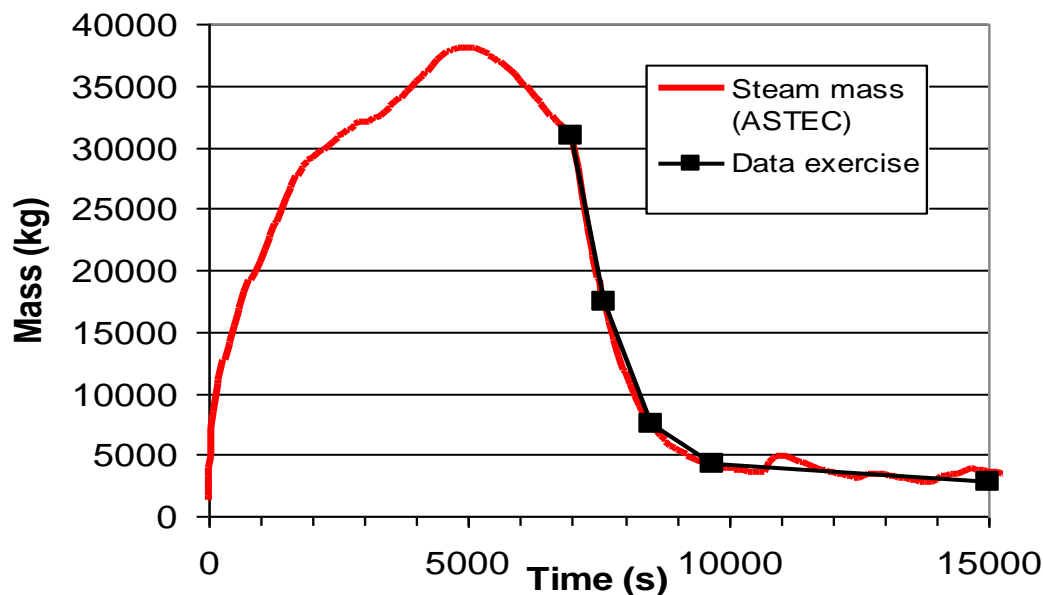


Abb. 4-6 Zeitlicher Verlauf der Dampfmasse (kg) im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems

In Abb. 4-6 bezieht sich die Entwicklung der Dampfmasse, die für dieses vereinfachte Modell verwendet wird, auf die Situation, dass das Sprühsystem zum Zeitpunkt $t = 7000$ s aktiviert wurde. Hierbei ist zu beachten, dass in der Realität die Aktivierung des Sprühsystems auch zu einem anderen Zeitpunkt – entweder früher oder später – erfolgen kann und deshalb zu anderen Verläufen der Dampfmasse führen kann. Die für dieses vereinfachte Modell verwendeten Werte in Tab. 4-5 können somit nur als eine von vielen möglichen Entwicklungen der Dampfmasse betrachtet werden. Entsprechendes gilt auch für die in Tab. 4-6 und Tab. 4-7 angegebenen Werte zur

durchschnittlichen Temperatur des Gasgemischs und zum Druck im Sicherheitsbehälter.

Die angenommene Entwicklung der durchschnittlichen Temperatur des Gasgemischs und des Drucks im Sicherheitsbehälter, die nach der Aktivierung des Sprühsystems stattfindet, ist in den Tab. 4-6 und Tab. 4-7 beschrieben. Die Werte für beliebige andere Zeitpunkte innerhalb des Berechnungszeitraums werden jeweils durch Interpolation ermittelt.

Tab. 4-6 Entwicklung der durchschnittlichen Temperatur des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems

Zeit (s)	Temperatur des Gasgemischs (°C)
T _{Sprüh} (Aktivierung des Sprühsystems)	108.9
T _{Sprüh} + 600	91
T _{Sprüh} + 1500	73
T _{Sprüh} + 2700	61
T _{Sprüh} + 8000	55
T _{Sprüh} + 13000	50

Tab. 4-7 Entwicklung des Drucks im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems

Zeit (s)	Druck (MPa)
TSprüh (Aktivierung des Sprühsystems)	0,234
TSprüh + 600	0,178
TSprüh + 1500	0,137
TSprüh + 2700	0,121
TSprüh + 8000	0,114

Der Einfluss der Wasserstoffverbrennung auf die Temperatur wird in diesem vereinfachten Modell nicht berücksichtigt.

4.1.2.6 Ermittlung der rekombinierten Wasserstoff- und Sauerstoffrate

Durch die im Sicherheitsbehälter befindlichen Rekombinatoren wird der Wasserstoff nach folgender Gleichung abgebaut.

$$H_{2,rec}(t_i) = (K1 * P(t_i) + K2) * \text{Mol-H}_2(t_i) / \text{Mol-gesamt}(t_i) * 100$$

Dabei ist:

$H2_{rec}(t_i)$ – Rate (in g/s) mit der Wasserstoff durch die im Sicherheitsbehälter befindlichen Rekombinatoren zum Zeitpunkt t_i abgebaut wird.

$Mol-H2(t_i) / Mol-gesamt(t_i)$ – Anteil der molaren Masse von Wasserstoff an der molaren Masse des gesamten Gasgemischs im Sicherheitsbehälter zum Zeitpunkt t_i . Die Anteile der molaren Massen der verschiedenen Stoffe werden durch die Stoffmassen, die im zeitlichen Verlauf des Prozesses berechnet werden, ermittelt.

$P(t_i)$ - Druck (bar) des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter zum Zeitpunkt t_i .

$K1 = 3 \text{ g/(s*bar)}$ (Konstante)

$K2 = 3.7 \text{ g/s}$ (Konstante)

Die Rate mit der Sauerstoff durch Rekombination zum Zeitpunkt t_i abgebaut wird beträgt das 8-fache der Rate für Wasserstoff, d. h. $O2_{rec}(t_i) = 8 * H2_{rec}(t_i)$.

Falls Wassereinspeisung in den Kern erfolgt, berechnet sich unter Berücksichtigung des Einflusses der Rekombinatoren die Masse von Wasserstoff und Sauerstoff zum Zeitpunkt t' im Sicherheitsbehälter durch:

$$H2_{mass}(t') = \sum_{i=1}^n H2_{mass}(t_i) - H2_{rec}(t_i)$$

$$O2_{mass}(t') = \sum_{i=1}^n O2_{mass}(t_i) - O2_{rec}(t_i)$$

mit $t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n \leq t'$

Im erstellten Rechenprogramm zur Simulation der Prozessdynamik wird mit dem Zeitschritt $\Delta t = 1 \text{ s}$ gerechnet.

4.1.2.7 Druck- und Temperaturspitzen bei Wasserstoffverbrennung

Druck und Temperatur, die sich bei einer vollständigen bzw. teilweisen Wasserstoffverbrennung einstellen und deren Ausprägungen einen Einfluss darauf haben, welcher Spitzendruck sich bei einer Wasserstoffverbrennung im Containment ergibt, wird durch die ASTEC-Subroutine PAICC berechnet.

Die Größen, die als Eingabe in die PAICC-Routine zur Verfügung stehen müssen, sind

- die durchschnittliche Temperatur (°C) des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter,
- der aktuelle Druck (bar) im Sicherheitsbehälter und
- die jeweiligen Anteile der molaren Massen von Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Wasserdampf am Gasgemisch im Sicherheitsbehälter.

Die Anteile von Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Wasserdampf am Gasgemisch werden durch die im dynamischen Ablauf berechneten Molekularmassen der jeweiligen Stoffe ermittelt.

Als Output liefert PAICC die jeweilige Druck- und Temperaturspitze, die nach einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter vorliegt.

In Abhängigkeit der Ausprägung des vorherrschenden Spitzendruck nach einer Wasserstoffverbrennung wird abgeschätzt, mit welcher Wahrscheinlichkeit es zu einem Versagen des Sicherheitsbehälters kommt.

4.1.2.8 Entzündbarkeit des Gasgemischs – Dreistoffdiagramm

Die Entzündbarkeit des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter hängt davon ab, wie das Gasgemisch zusammengesetzt ist, d. h. mit welchen Anteilen die Stoffe im Gasgemisch enthalten sind. Eine Beziehung zwischen der Zusammensetzung und der Entzündbarkeit des Gasgemischs wird durch das Dreistoffdiagramm in Abb. 4-7 gezeigt.

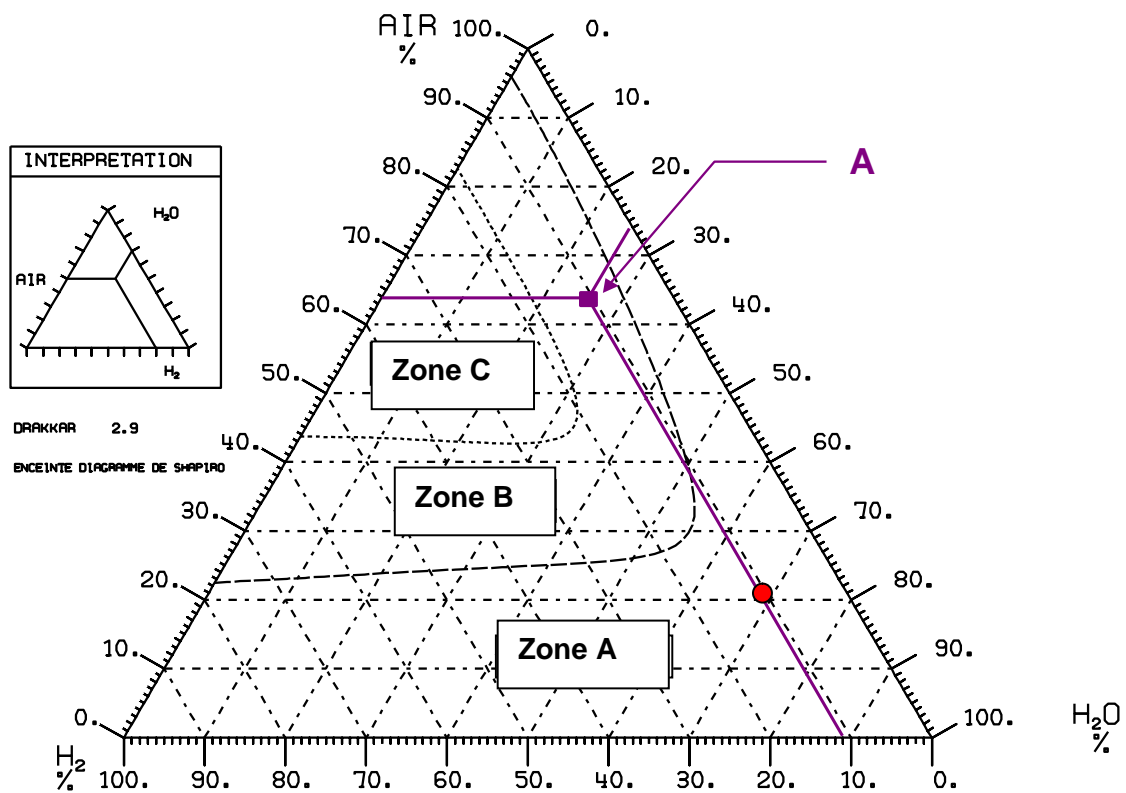


Abb. 4-7 Dreistoff-Diagramm

Das Dreistoffdiagramm weist die Stoffzusammensetzung aus die vorherrschen muss, damit es zu einer Entzündung bzw. Explosion des Gasmischs kommen kann. Die Zone A beschreibt die Stoffzusammensetzungen, bei denen das Gasmisch nicht entzündbar ist.

Ein Gasmisch, dass beispielsweise aus einem molaren Anteil von 10 % Wasserstoff, 70 % Wasserdampf und 20 % Luft besteht (diese Zusammensetzung wird in Abb. 4-7 durch den roten Punkt gekennzeichnet), liegt in der Zone A und ist nicht entzündbar.

Das Gasmisch, dessen Zusammensetzung in Abb. 4-7 durch den Punkt A gekennzeichnet ist, setzt sich aus den molaren Anteilen von 11 % Wasserstoff, 26 % Wasserdampf und 63 % Luft zusammen und befindet sich in der Zone B, die den Bereich eines entzündbaren Gasmischs kennzeichnet.

Die Zone C beschreibt den Bereich eines explosiven Gasgemischs.

Tab. 4-8 liefert Grenzwerte der molaren Anteile von Wasserstoff, die bei gegebenem Anteil von Wasserdampf erreicht werden müssen, damit das Gasgemisch entzündbar ist.

Tab. 4-8 Grenzwerte der molaren Anteile (in %) von Wasserstoff, die bei gegebenem Anteil von Wasserdampf ein entzündbares Gasgemisch bilden

Molarer Anteil (in %) von Wasserdampf	Molarer Anteil (in %) von Wasserstoff
0	4
10	4.5
20	5.5
30	6.7
40	8.1
50	10.1

Zwischenwerte werden durch Interpolation aus den in Tab. 4-8 gegebenen Stützwerten bestimmt. Bei einem molaren Wasserdampfanteil von 15 % benötigt man z. B. mindestens einen molaren Anteil von 5 % an Wasserstoff, damit das Gasgemisch im Sicherheitsbehälter entzündbar ist.

Die Grenzwerte der molaren Anteile an Wasserstoff werden im Folgenden mit $H_{2\text{infla}}$ bezeichnet.

4.1.2.9 Entzündung des Gasgemischs durch Rekombinatoren

Durch die Wärmeentwicklung der Rekombinatoren, kann es bei einem entzündbaren Gasgemisch zu einer Entzündung kommen.

Es wird angenommen, dass der Wasserstoffanteil, der zur Entzündung des Gasgemischs führt durch die Gleichung

$$H_{2\text{igni}} = 5.2 + 0.0964 * H_{2\text{O Mol}}$$

bestimmt wird.

H_{2_igni} – Grenzwert des Anteils von Wasserstoff, bei dessen überschreiten eine Entzündung des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter stattfindet.

H_{2O_Mol} - molarer Anteil von Wasserdampf im Sicherheitsbehälter.

In Abb. 4-8 sind die Grenzwerte zur Entzündbarkeit und Zündung des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter durch Rekombinatoren in Form der dazu notwendigen molaren Anteile des Wasserstoffs in Abhängigkeit des gegebenen molaren Anteils von Wasserdampf grafisch dargestellt.

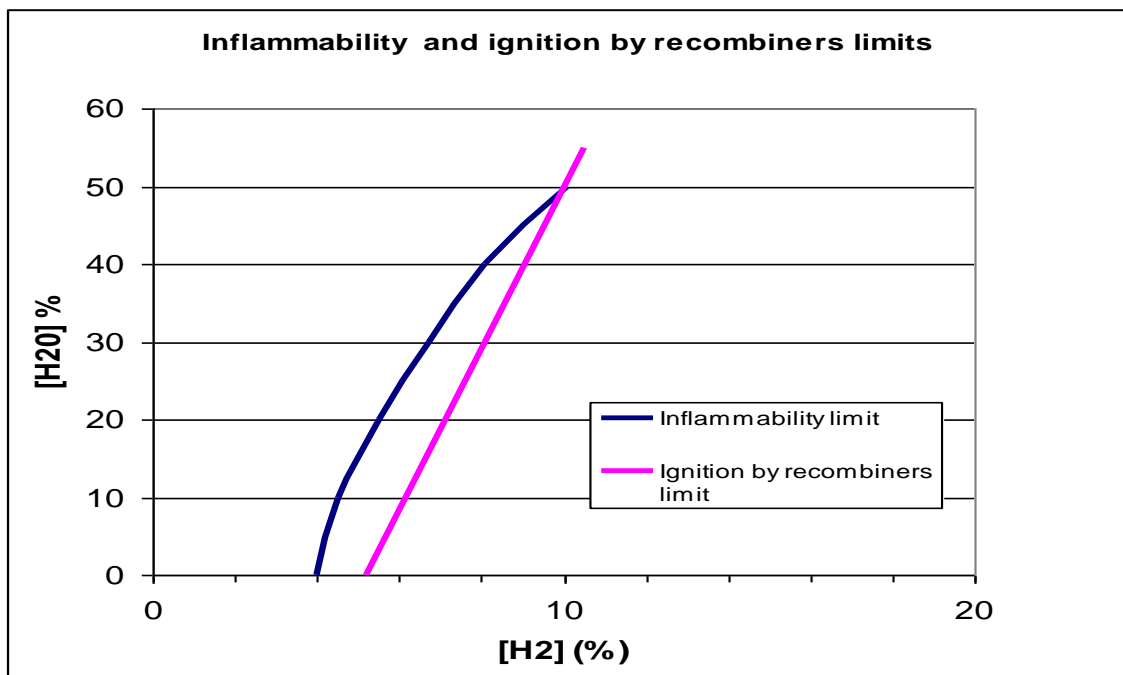


Abb. 4-8 Grenzwerte der molaren Anteile von Wasserstoff zur Entzündbarkeit und Zündung des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter

Die blaue Kurve liefert den bei gegebenem molaren Anteil von Wasserdampf bestehenden Grenzwert der molaren Anteile an Wasserstoff, bei denen das Gasgemisch entzündbar ist. Die rote Kurve liefert den Grenzwert, bei dem das Gasgemisch entzündet wird. Ab dem Grenzwert der Entzündbarkeit des Gasgemischs kommt es mit einer zeitlichen Verzögerung zur Entzündung des Gasgemischs und zur Wasserstoffverbrennung.

Es wird angenommen, dass die Verbrennung erst mit einer mehr oder weniger großen zeitlichen Verzögerung einsetzt, je nachdem wie groß der molare Anteil des

Wasserstoffs ist. Die zeitliche Verzögerung wird als eine stochastische Größe angenommen, der folgende Annahmen zugrunde liegen:

- Wenn der molare Anteil an Wasserstoff kleiner ist als der Grenzwert zur Entzündbarkeit, d. h. $H_{2Mol} < H_{2infla}$, so kommt es nicht zur Entzündung und damit auch nicht zur Wasserstoffverbrennung.
- Wenn der molare Anteil an Wasserstoff gleich dem Grenzwert zur Entzündbarkeit ist, d. h. $H_{2Mol} = H_{2infla}$, so kommt es mit einer zeitlichen Verzögerung zur Wasserstoffverbrennung. Die zeitliche Verzögerung wird dabei als eine gleichverteilte Zufallsgröße zwischen 0 und 4 Stunden betrachtet.
- Wenn der molare Anteil an Wasserstoff zwischen dem Grenzwert zur Entzündbarkeit und dem Grenzwert der Entzündung liegt, d. h. $H_{2infla} < H_{2Mol} < H_{2igni}$, so kommt es mit einer zeitlichen Verzögerung zur Wasserstoffverbrennung. Die zeitliche Verzögerung wird dabei als eine gleichverteilte Zufallsgröße zwischen 0 und D_{max} betrachtet, wobei D_{max} in Abhängigkeit des aktuellen molaren H₂-Anteils berechnet wird durch:

$$*D_{max} = \frac{4 \cdot (H_{2Mol} - H_{2infla}) - 0.333(H_{2Mol} - H_{2igni})}{H_{2infla} - H_{2igni}}$$

- Wenn der molare H₂-Anteil mindestens so groß ist wie der Grenzwert der Entzündung, d. h. $H_{2Mol} \geq H_{2igni}$, so kommt es mit einer zeitlichen Verzögerung zwischen 0 und 20 Minuten zur Wasserstoffverbrennung.

Obwohl die stochastischen Einflussgrößen erst in Abschnitt 4.2 eingehend beschrieben werden, ist bereits in diesem Abschnitt auf die zufälligen Zeitverzögerungen hingewiesen, mit der eine Wasserstoffverbrennung stattfindet, wenn der Anteil an Wasserstoff die Grenzwerte der Entzündbarkeit erreicht bzw. überschreitet. Auf diese stochastische Größe wird nochmals in Abschnitt 4.2.11 eingegangen.

4.1.2.10 Vollständige bzw. teilweise Verbrennung von Wasserstoff

Wenn das Gasgemisch gezündet wird, so kann entweder eine vollständige Wasserstoffverbrennung stattfinden, oder die Wasserstoffverbrennung kann nur teilweise erfolgen, so dass nur ein gewisser Prozentsatz des Wasserstoffs verbrannt wird.

Es wird angenommen, dass der Anteil des verbrannten Wasserstoffs eine Zufallsgröße ist, deren Verteilung vom molaren Anteil des Wasserstoffs am Gasgemisch abhängt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung des Anteils an verbranntem Wasserstoff in Abhängigkeit des molaren Anteils an Wasserstoff im Gasgemisch des Sicherheitsbehälters werden in Abschnitt 4.2.10 erläutert.

4.1.2.11 Wassereinspeisung in den Kern

Aufgrund der durchgeführten ASTEC-Rechnungen wird davon ausgegangen, dass der Störfall beherrscht und die Anlage in einen sicheren Zustand überführt werden kann, wenn die Wassereinspeisung in den Kern vor dem Zeitpunkt der vollständigen Kernfreilegung bei $t = 5875$ s erfolgt. Bzgl. der Wassereinspeisung in den Kern treten verschiedene stochastische Größen (Verfügbarkeit des Einspeisesystems, Zeitpunkt der Wassereinspeisung in den Kern) auf, die im Detail in den Abschnitten 4.2.5 und 4.2.9 erläutert werden.

4.1.2.12 Aktivierung des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter

Wenn das Sprühsystem im Containment verfügbar ist, dann kann es nach dem Zeitpunkt $t = 4080$ s, zu dem die Kernfreilegung beginnt, aktiviert werden. Der Zeitpunkt der Aktivierung des Sprühsystems ist zufällig. Eine detaillierte Beschreibung der stochastischen Größen Verfügbarkeit und Aktivierungszeitpunkt des Sprühsystems wird in Abschnitt 4.2.6 und 4.2.8 gegeben.

4.1.2.13 Versagen des Sicherheitsbehälters

Obwohl das Versagen des Sicherheitsbehälters in den nachfolgenden (approximativen) Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen nicht betrachtet wird, sei die Größe dennoch kurz erwähnt, da das Modell speziell zur Abschätzung des Containment-Versagens aufgrund einer Wasserstoffverbrennung entwickelt wurde.

Ein Versagen des Sicherheitsbehälters kann durch einen starken Überdruck eintreten, der sich durch eine Wasserstoffverbrennung ergibt. Bei welchem Wert des Überdrucks sich ein Versagen des Sicherheitsbehälters einstellt, ist ungewiss. Eine beispielhafte

Darstellung, wie diese Kenntnisstandunsicherheiten spezifiziert werden können, erfolgt in Abschnitt 4.2.7.

Der bei einer vollständigen bzw. teilweisen Wasserstoffverbrennung auftretenden Druck- und Temperaturspitzen, anhand derer das Versagen des Sicherheitsbehälters abgeschätzt wird, werden durch die ASTEC-Subroutine PAICC berechnet.

4.2 Spezifikation aleatorischer und epistemischer Unsicherheiten des Modells

In diesem Abschnitt werden die unsicheren Größen des Modells durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen quantifiziert. Bei den unsicheren Größen handelt es sich sowohl um aleatorische (stochastische) als auch epistemische (den Kenntnisstand betreffende) Unsicherheiten.

Die in den Abschnitten 4.2.1 – 4.2.7 beschriebenen Parameter 1 – 8 werden als epistemische Größen betrachtet. Die Parameter 9 – 12 in den Abschnitten 4.2.8 – 4.2.11 beschreiben die aleatorischen Größen des Modells.

4.2.1 Unsicherheit bzgl. der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter ohne Kernbespeisung (Parameter 1)

In Tab. 4-4 in Abschnitt 4.1.2.2 wurden die zeitabhängigen Werte der Wasserstoff-Massenstromrate im Sicherheitsbehälter angegeben, wenn kein Wasser in den Kern eingespeist wird. Es ist davon auszugehen, dass die Entwicklung der Wasserstoff-Massenstromrate nicht exakt bekannt ist. Sie liegt lediglich als Ergebnis einer speziellen deterministischen Rechnung vor, die unter bestimmten Randbedingungen durchgeführt worden ist. Aufgrund verschiedener existierender Parameterunsicherheiten, die in der deterministischen Rechnung nicht berücksichtigt wurden, müssen die in Tab. 4-4 angegebenen zeitabhängigen Werte der Wasserstoff-Massenstromrate demnach als unsicher betrachtet werden. Die Unsicherheit der Wasserstoff-Massenstromrate für den Fall, dass keine Wassereinspeisung in den Kern stattfindet wird in der Art berücksichtigt, dass die in Tab. 4-4 dargestellten zeitabhängigen Werte der Massenstromrate mit einem Unsicherheitsfaktor F_{H_2rate} multipliziert werden. Der Unsicherheitsfaktor F_{H_2rate} wird zufällig einer Gleichverteilung zwischen 0.5 und 1.5 entnommen, d. h. $F_{H_2rate} \sim U(0.5; 1.5)$.

Die Unsicherheit der Massenstromrate von Wasserstoff in den Sicherheitsbehälter (ohne Kernbespeisung) zum Zeitpunkt t_i wird unter Verwendung des Korrekturfaktors F_{H2rate} durch

$$H2_{rate}(t_i) * F_{H2rate} \text{ mit } F_{H2rate} \sim U(0.5, 1.5)$$

ermittelt. Für eine Simulationsrechnung wird für alle in Tab. 4-4 aufgeführten Zeitpunkte der gleiche Faktor F_{H2rate} verwendet, der für diesen Simulationslauf zufällig aus der Verteilung $U(0.5, 1.5)$ gezogen wird.

Bei der Unsicherheit von $H2_{rate}(t_i)$ handelt es sich um eine epistemische Größe, die sich aufgrund der ungenauen Kenntnis der wahren Massenstromrate von Wasserstoff zum Zeitpunkt t_i ergibt.

4.2.2 Unsicherheit bzgl. der Erhöhung der Wasserstoff-Massenstromrate bei Wassereinspeisung in den Kern (Parameter 2)

In Abschnitt 4.1.2.3 wird angenommen, dass sich durch die Einspeisung von Wasser in den Kern die Massenstromrate von Wasserstoff in den Sicherheitsbehälter additiv um den Wert 0.833 kg/s erhöht. Die Erhöhung der Massenstromrate um 0.833 kg/s stellt lediglich einen Referenzwert einer mehr oder weniger genauen Expertenschätzung dar. Es wird angenommen, dass die Kenntnisstandunsicherheit bzgl. der Erhöhung der Massenstromrate von Wasserstoff vom Zeitpunkt abhängt, wann Wasser in den Kern eingespeist wird.

Die Kenntnisstandunsicherheit (epistemisch) bzgl. der Erhöhung der Massenstromrate von Wasserstoff in den Sicherheitsbehälter ist abhängig vom zufälligen Zeitpunkt der Wassereinspeisung in den Kern und kann zusammenfassend folgendermaßen beschrieben werden:

$$H2_{increase} \sim U(0.333, 0.5) \text{ kg/s,} \quad \text{wenn } 5875 \text{ s} \leq t_{\text{wasser}} < 7000 \text{ s}$$

$$H2_{increase} \sim U(0.416; 0.833) \text{ kg/s,} \quad \text{wenn } 7000 \text{ s} \leq t_{\text{wasser}} < 9400 \text{ s}$$

$$H2_{increase} \sim U(0.333, 0.5) \text{ kg/s,} \quad \text{wenn } 9400 \text{ s} \leq t_{\text{wasser}} < 14755 \text{ s}$$

wobei $H_{2\text{increase}}$ die unsichere Größe bzgl. der Erhöhung der Wasserstoff-Massenstromrate bei einer Wassereinspeisung in den Kern beschreibt und t_{wasser} den zufälligen Zeitpunkt, zu dem die Wassereinspeisung in den Kern beginnt.

Die 3 obigen Gleichverteilungen werden als vollständig abhängig betrachtet und können daher auf eine einzige Gleichverteilung $U(0,1)$ im Rahmen der Simulation zurückgeführt werden.

4.2.3 Unsicherheiten bzgl. der Auswirkung des Sprühsystems auf die Dampfmasse, Temperatur und Druck im Sicherheitsbehälter (Parameter 3)

Um den unsicheren Kenntnisstand bzgl. der Auswirkung des Sprühsystems auf die Entwicklung der Dampfmasse, der Temperatur und des Drucks im Sicherheitsbehälter (s. Abschnitt 4.1.2.5) zu beschreiben, werden die zum Zeitpunkt der Aktivierung des Sprühsystems $T_{\text{Sprüh}}$ addierten Zeiten in den Tab. 4-5, Tab. 4-6 und Tab. 4-7 mit einem gemeinsamen Unsicherheitsfaktor F_{time} multipliziert, der gemäß einer Gleichverteilung zwischen 0.5 und 1.5 verteilt ist, d. h. $F_{\text{time}} \sim U(0.5; 1.5)$. Die Unsicherheiten werden durch die Werte in Tab. 4-9 berücksichtigt.

Tab. 4-9 Unsicherheiten der Zeiten, zu denen die angegebenen Werte der Dampfmasse nach Aktivierung des Sprühsystems erreicht werden

Zeit (s)	Dampfmasse (kg)
$T_{\text{Sprüh}}$ (Aktivierung des Sprühsystems)	30910
$T_{\text{Sprüh}} + 600 * F_{\text{time}}$	17433
$T_{\text{Sprüh}} + 1500 * F_{\text{time}}$	7505
$T_{\text{Sprüh}} + 2700 * F_{\text{time}}$	4181
$T_{\text{Sprüh}} + 8000 * F_{\text{time}}$	2700

Analog wird die Kenntnisstandunsicherheit bzgl. der Auswirkung des Sprühsystems auf die Entwicklung der Temperatur und des Drucks im Sicherheitsbehälter berücksichtigt. Die Werte der vorherrschenden Dampfmasse, Temperatur und Druck im Sicherheitsbehälter werden für Zeitpunkte, die zwischen den Stützstellen liegen, durch Interpolation ermittelt.

4.2.4 Unsicherheiten bei der Ermittlung der rekombinierten Wasserstoffrate (Parameter 4 und 5)

Die bereits in Abschnitt 4.1.2.6 angegebene Gleichung

$$H_{2\text{rec}}(t_i) = (K1 * P(t_i) + K2) * \text{Mol-H}_2(t_i) / \text{Mol-gesamt}(t_i) * 100$$

zur Ermittlung der rekombinierten Wasserstoffrate $H_{2\text{rec}}(t_i)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt t_i enthält zwei Konstanten $K1$ und $K2$ mit den Referenzwerte $K1=3 \text{ g/(s*bar)}$ und $K2 = 3.7 \text{ g/s}$. $P(t_i)$ bezeichnet den zum Zeitpunkt t_i vorherrschenden Druck im Sicherheitsbehälter und $\text{Mol-H}_2(t_i) / \text{Mol-gesamt}(t_i)$ den molaren Anteil von Wasserstoff an der molaren Masse des gesamten Gasmischs im Sicherheitsbehälter zum Zeitpunkt t_i .

Zur Berücksichtigung des unsicheren Kenntnisstandes bzgl. der tatsächlichen Werte der Konstanten wurde angenommen, dass die Unsicherheiten der Konstanten $K1$ und $K2$ jeweils durch eine Gleichverteilung beschrieben werden, deren Minimum sich aus dem 0.5-fachen und deren Maximum sich aus dem 1.5-fachen der Referenzwerte der jeweiligen Konstanten ergeben. D. h. die epistemischen Unsicherheiten der Konstanten $K1$ und $K2$ werden durch die Gleichverteilungen

$$K1 \sim U(1.5 ; 4.5) \text{ g/(s*bar)} \quad (\text{Parameter 4}) \quad \text{und}$$

$$K2 \sim U(1.85 ; 5.55) \text{ g/s} \quad (\text{Parameter 5})$$

beschrieben. Abhängigkeiten zwischen den Unsicherheiten der Konstanten $K1$ und $K2$ wurden nicht angenommen.

4.2.5 Unsicherheit bzgl. der Verfügbarkeit der Wassereinspeisung in den Kern (Parameter 6)

Die Kenntnisstandunsicherheit bzgl. der Verfügbarkeit (Wahrscheinlichkeit auf Anforderung) des Einspeisesystems ist durch eine Gleichverteilung $U(0.3, 0.7)$ gegeben. Unter der Bedingung, dass das Einspeisesystem verfügbar ist, wird weiterhin angenommen, dass

- die Wassereinspeisung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 vor dem Zeitpunkt stattfindet, zu dem der Kern vollständig freigelegt ist ($t=5875$ s),
- die Wassereinspeisung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 im Zeitraum nach der Kernfreilegung zwischen 5875 s und 14220 s stattfindet und
- mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 die Wassereinspeisung erst nach 14220 s erfolgt.

Der Zeitpunkt, wann das verfügbare Einspeisesystem beginnt, Wasser in den Kern einzuspeisen, ist aleatorisch und wird in Abschnitt 4.2.9 beschrieben.

4.2.6 Unsicherheit bzgl. der Verfügbarkeit des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter (Parameter 7).

Die Unsicherheit bzgl. der Verfügbarkeit des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter ist durch eine Gleichverteilung $U(0.3, 0.7)$ gegeben. Wenn das Sprühsystem im Containment verfügbar ist, dann kann es nach dem Zeitpunkt, zu dem die Kernfreilegung beginnt ($t = 4080$ s), aktiviert werden. Der Zeitpunkt der Aktivierung des Sprühsystems ist zufällig und wird in Abschnitt 4.2.8 beschrieben. Die ungenaue Kenntnis bzgl. der Verfügbarkeit des Sprühsystems ist eine epistemische Größe.

4.2.7 Kenntnisstandunsicherheit über den kritischen Spitzendruck (Versagensdruck), bei dem der Sicherheitsbehälter versagt (Parameter 8)

In Abhängigkeit von der Stärke der Wasserstoffverbrennung wird ein mehr oder weniger hoher Spitzendruck P_{\max} im Sicherheitsbehälter erzeugt. Es wird davon ausgegangen, dass der Sicherheitsbehälter versagt, wenn der durch die Wasserstoffverbrennung erzeugte Spitzendruck P_{\max} einen bestimmten kritischen Druck (Versagensdruck) P_{crit} überschreitet, der jedoch unbekannt ist. Es besteht Unsicherheit darüber, bei welchem Versagensdruck P_{crit} der Sicherheitsbehälter versagt. Die Unsicherheiten bzgl. des Versagensdrucks P_{crit} des Sicherheitsbehälters werden in Form einer Polygonverteilung beschrieben, deren Werte in Tab. 4-10 angegeben sind:

Tab. 4-10 Polygonverteilung zur Beschreibung der Unsicherheiten bzgl. des Versagensdrucks P_{crit} des Sicherheitsbehälters

P_{crit} (MPa)	subjektive Wahrscheinlichkeit
0.3	0
0.4	0.04
0.5	0.11
0.6	0.15
0.7	0.30
0.8	0.20
0.9	0.10
1.0	0.10

Die hier angegebene Verteilung drückt beispielsweise aus, dass mit einer subjektiven Wahrscheinlichkeit von 96 % angenommen wird, dass der Versagensdruck zwischen 0.4 MPa und 1 MPa liegt. Mit einer subjektiven Wahrscheinlichkeit von 85 % wird davon ausgegangen, dass der Versagensdruck zwischen 0.5 MPa und 1 MPa liegt.

Wenn innerhalb der MCDET-Analyse ein Pfad gerechnet wird, in dem eine Wasserstoffverbrennung stattfindet, dann kommt es zu einem Versagen des Sicherheitsbehälters, wenn der durch die Wasserstoffverbrennung erzeugte Spitzendruck P_{max} den aus der Polygonverteilung ausgespielten Versagensdruck P_{crit} erreicht bzw. überschreitet, d. h. wenn $P_{max} \geq P_{crit}$ gilt.

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Containment-Versagens durch Wasserstoffverbrennung kann unter Verwendung obiger subjektiver Wahrscheinlichkeitsverteilung des kritischen Drucks für den Sicherheitsbehälter jedoch auch durch eine analytische Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Containment-Versagen erfolgen. Bei der analytischen Berechnung der mittleren Wahrscheinlichkeit des Containment-Versagens in einem erzeugten dynamischen Ereignisbaum, wird bei einem gegebenen Spitzendruck P_{max} , der sich in einem Pfad nach einer Wasserstoffverbrennung ergibt, aus der Polygonverteilung diejenige Wahrscheinlichkeit ermittelt,

bei der der Versagensdruck des Sicherheitsbehälters einen Wert hat, der kleiner oder gleich dem ermittelten Spitzendruck des entsprechenden Pfades ist, d. h. $P(P_{\text{crit}} \leq P_{\text{max}} | \text{Pfad } i)$. Die aus der Polygonverteilung analytisch ermittelte Wahrscheinlichkeit $P(P_{\text{crit}} \leq P_{\text{max}} | \text{Pfad } i)$ wird mit der entsprechenden Pfadwahrscheinlichkeit des Pfades multipliziert, bei dem sich der Spitzendruck P_{max} ergeben hat, so dass sich pro dynamischen Ereignisbaum die mittlere Wahrscheinlichkeit für ein Versagen des Sicherheitsbehälters durch Wasserstoffverbrennung berechnen lässt durch:

$$P(\text{Containment-Versagen} | \text{DET}_j) = \sum_{i \in \text{DET}_j} P(i) \cdot P[P_{\text{crit}} \leq P_{\text{max}} | \text{Pfad } i]$$

DET_j beschreibt die Menge aller Pfade im dynamischen Ereignisbaum j ,

$P(i)$ die Pfadwahrscheinlichkeit für den Pfad i und

$P[P_{\text{crit}} \leq P_{\text{max}} | \text{Pfad } i]$ die Wahrscheinlichkeit eines Containment-Versagens unter der Bedingung der Ereignisse, die im Pfad i eingetreten sind.

4.2.8 Zeitpunkt der Aktivierung des Sprühsystems (**aleatorische Größe 1**)

Wenn das Sprühsystem verfügbar ist, dann wird angenommen, dass die Aktivierung des Sprühsystems zu einem zufälligen Zeitpunkt erfolgt. Die zufällige Aktivierungszeit des Sprühsystems folgt einer Gleichverteilung zwischen 4080s (Beginn der Kernfreilegung) und 14220 s (Druckbehälterversagen für den Fall, dass keine Kernbespeisung vor dem RDB-Versagen erfolgt), d. h.

$$t_{\text{Sprüh}} \sim U(4080; 14220) \text{ s}$$

4.2.9 Zeitpunkt der Wassereinspeisung in den Kern (**aleatorische Größe 2 und 3**)

Wie bereits in Abschnitt 4.2.5 beschrieben wurde, wird unter der Bedingung, dass das Einspeisesystem verfügbar ist, angenommen, dass

- die Wassereinspeisung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 vor dem Zeitpunkt stattfindet, zu dem der Kern vollständig freigelegt ist ($t = 5875 \text{ s}$),

- die Wassereinspeisung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 im Zeitraum nach der Kernfreilegung zwischen 5875 s und 14220 s stattfindet und
- mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 die Wassereinspeisung nach 14220 s erfolgt.

Der Zeitpunkt, wann das verfügbare Einspeisesystem beginnt, Wasser in den Kern einzuspeisen, ist zufällig (aleatorisch) und folgt

- im Fall einer Wassereinspeisung vor Beginn der vollständigen Kernfreilegung einer Gleichverteilung zwischen 0 s und 5875 s nach Störfalleintritt (aleatorische Größe 2) und
- im Fall einer Wassereinspeisung nach Kernfreilegung einer Gleichverteilung zwischen 5875 s und 14220 s nach Störfalleintritt (aleatorische Größe 3).

D. h., für den zufälligen Zeitpunkt t_{Wasser} , wann bei Verfügbarkeit des Einspeisesystems die Wassereinspeisung in den Kern erfolgt, gilt:

$$t_{\text{Wasser}} \sim U(0, 5875) \text{ s mit Wahrscheinlichkeit } 0.5 \text{ und}$$

$$t_{\text{Wasser}} \sim U(5875, 14220) \text{ s mit Wahrscheinlichkeit } 0.25.$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 wird angenommen, dass die Wassereinspeisung nach 14220 s nach Störfalleintritt erfolgt. Da der Kern zu diesem Zeitpunkt schon so weit geschädigt ist, dass es zu einem RDB Versagen kommt, wenn das Sprühsystem nicht aktiviert wurde, wird die Wassereinspeisung zu diesen späten Zeitpunkten so betrachtet, als ob keine Wassereinspeisung in den Kern erfolgt.

4.2.10 Anteil des verbrannten Wasserstoffs (**aleatorische Größe 4**)

Wenn der molare Massenanteil von Wasserstoff an der Molarmasse des gesamten Gasgemischs im Sicherheitsbehälter $H_{2,\text{Mol}} > 10\%$ ist, dann wird unter der Bedingung, dass eine Wasserstoffverbrennung stattfindet, der Anteil des verbrannten Wasserstoffs ($H_{2,\text{verbr}}$) als eine zufällige Größe betrachtet. Die Zufallsgröße $H_{2,\text{verbr}}$ folgt dabei einer Gleichverteilung zwischen 0.05 und 0.95.

Dieser Sachverhalt wird formalisiert ausgedrückt durch:

Wenn $H_{2\text{Mol}} > 10\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.95)$.

Entsprechend wird weiter angenommen:

Wenn $9\% < H_{2\text{Mol}} \leq 10\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.8)$.

Wenn $8\% < H_{2\text{Mol}} \leq 9\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.65)$.

Wenn $7\% < H_{2\text{Mol}} \leq 8\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.5)$.

Wenn $6\% < H_{2\text{Mol}} \leq 7\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.35)$.

Wenn $5\% < H_{2\text{Mol}} \leq 6\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.2)$.

Wenn $H_{2\text{Mol}} \leq 5\%$ dann $H_{2\text{verbr}} \sim U(0.05, 0.1)$.

Der bei der Wasserstoffverbrennung verbrannte Anteil an Wasserstoff $H_{2\text{verbr}}$ wird als stochastische (aleatorische) Größe betrachtet, die vom molaren Anteil der Wasserstoffmasse ($H_{2\text{mol}}$) am gesamten Gasmisch abhängig.

Die oben aufgeführten Gleichverteilungen werden bzgl. der Zufallsauswahl als vollständig abhängig betrachtet.

4.2.11 Verzögerungszeit bis zum Eintritt der Wasserstoffverbrennung (aleatorische Größe 5)

Es wird angenommen, dass die Wasserstoffverbrennung erst mit einer mehr oder weniger großen zufälligen zeitlichen Verzögerung einsetzt, nachdem der Wasserstoffanteil den Grenzwert zur Entzündbarkeit des Gasmischs erreicht hat. Die Verteilung der Verzögerungszeit ist vom Anteil der molaren Wasserstoffmasse am gesamten Gasmisch abhängig.

Das stochastische Verhalten der Verzögerungszeiten, bei denen eine Wasserstoffverbrennung nach Erreichen der Entzündbarkeitsgrenze stattfindet, kann gemäß Abschnitt 4.1.2.9 folgendermaßen zusammengefasst werden:

Wenn $H_{2\text{Mol}} < H_{2\text{infla}}$ → keine Wasserstoffverbrennung

Wenn $H_{2\text{Mol}} = H_{2\text{infla}}$ → $t_{\text{delay}} \sim U(0, 14400) \text{ s}$

Wenn $H_{2\text{infla}} < H_{2\text{Mol}} < H_{2\text{igni}}$ → $t_{\text{delay}} \sim U(0, D_{\text{max}}) \text{ s}$ mit

$$D_{\text{max}} = \frac{4 (H_{2\text{Mol}} - H_{2\text{infla}}) - 0.333 (H_{2\text{Mol}} - H_{2\text{igni}})}{H_{2\text{infla}} - H_{2\text{igni}}}$$

Wenn $H_{2\text{Mol}} \geq H_{2\text{igni}}$ → $t_{\text{delay}} \sim U(0, 1200) \text{ s}$.

Dabei bezeichnet:

$H_{2\text{Mol}}$ - den Anteil der molaren Wasserstoffmasse am gesamten Gasgemisch,

$H_{2\text{infla}}$ - den Anteil an Wasserstoff, bei dem das Gasgemisch entzündbar ist,

$H_{2\text{igni}}$ - den Anteil an Wasserstoff, bei dem das Gasgemischs entzündet wird und

t_{delay} - die Verzögerungszeit, bis es vom Erreichen der Entzündbarkeit des Gasgemischs zur Wasserstoffverbrennung kommt.

Die Zufallsauswahl aus den oben beschriebenen und vom Prozesszustand abhängigen Verteilungen wird als vollständig abhängig betrachtet.

5 Erprobung der entwickelten approximativen Methoden am Anwendungsbeispiel und Darstellung der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die in Abschnitt 3.2 und 3.3. beschriebenen Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse an dem in Abschnitt 4 beschriebenen Anwendungsbeispiel erprobt. Um einen Vergleich und eine Bewertung durchführen zu können, wurden die Ergebnisse der approximativen Methoden mit den Ergebnissen der Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse verglichen, die man aus der MCDET-Analyse über eine volle zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation erhält.

Die in Abschnitt 5.1 dargestellten Ergebnisse beruhen auf einer solchen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation der MCDET-Analyse, die in diesem Fall aufgrund der Einfachheit des Rechenmodells durchgeführt werden konnte.

Die regressionsbasierte Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse, die in Abschnitt 3.2 beschrieben wurde, verwendet die Ergebnisse einer MCDET-Analyse, bei der die epistemischen und aleatorischen Größen gleichzeitig variiert wurden. Die Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse wird bei dieser Methode unter Verwendung von approximativen Werten durchgeführt, die über multiple Regressionsfunktionen unter getrennter Berücksichtigung der aleatorischen und epistemischen Größen berechnet wurden. Die Ergebnisse dieser Methode werden in Abschnitt 5.2. dargestellt.

Eine alternative Methode zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse wurde in Abschnitt 3.3 beschrieben. Für die Anwendung der alternativen Methode ist ein zusätzlicher Rechenaufwand erforderlich. Dieser besteht darin, dass eine zweite MCDET-Analyse mit einem unterschiedlichen Parametersatz von aleatorischen Größen durchgeführt werden muss. Der Rechenaufwand kann somit das Doppelte einer einfachen MCDET-Analyse betragen. Dieser Nachteil wird aber mit zunehmender Anzahl der beteiligten Variablen gegenüber der regressionsbasierten Methode verringert. Ein weiterer Nachteil ist auch die abgeschwächte Form der resultierenden Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen. Ein Vorteil der alternativen Methode gegenüber der in Abschnitt 3.2 beschriebenen regressionsbasierten Methode ist aber ihre Unabhängigkeit von der Anzahl der beteiligten aleatorischen und epistemischen Variablen. Die alternative Methode ist auch dann anwendbar, wenn eine

Regressionsfunktion in allen beteiligten Variablen gar nicht aufgestellt bzw. verwendet werden kann, da die Anpassung der Regressionsfunktion an die Ergebnisse der MCDET-Analyse zu schlecht ist.

In Abschnitt 5.1 werden die Ergebnisse der MCDET-Analyse dargestellt, die unter Anwendung einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ermittelt worden sind.

Abschnitt 5.2 beschreibt die approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen, die sich mit der in Abschnitt 3.2 beschriebenen regressionsbasierten Methode ergeben haben.

Die Ergebnisse der unter Verwendung der in Abschnitt 3.3 beschriebenen alternativen Methode durchgeführten approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse werden in Abschnitt 5.3 beschrieben.

Da die in den Abschnitten 3.2 und 3.3 beschriebene Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse jeweils ihre Vor- und Nachteile haben wird in Abschnitt 5.4 zusätzlich ein Konzept vorgestellt, mit der unter Einbeziehung beider alternativen Methoden eine approximative epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse möglichst effizient durchgeführt werden kann.

5.1 Ergebnisse der MCDET-Analyse unter Anwendung einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse diskutiert, die sich im Rahmen der MCDET-Analyse mittels einer vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ergeben haben, wobei in der äußeren Simulationsschleife (1. Stufe) die epistemischen Größen und in der inneren Simulationsschleife (2. Stufe) die aleatorischen Größen variiert wurden. Die epistemischen Größen sind die in den Abschnitten 4.2.1–4.2.7 beschriebenen Parameter 1–8. Die in der MCDET-Analyse verwendeten aleatorischen Größen sind die Parameter 9 -12, die in den Abschnitten 4.2.8 – 4.2.11 beschrieben wurden.

Für die über eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation durchgeführte MCDET-Analyse wurden insgesamt 10000 Dynamische Ereignisbäume (DDET) generiert. Dabei wurden für insgesamt 100 epistemische Parametervektoren jeweils 100 Simulationen über die aleatorischen Größen pro epistemischen Vektor durchgeführt. Jeder dynamische Ereignisbaum enthält 6 Ablaufsequenzen (Pfade), die sich aus der Kombination der Verfügbarkeiten des Sprühsystems im Sicherheitsbehälter und des Wassereinspeisesystems ergeben. Im Falle der Verfügbarkeit des Wassereinspeisesystems wurde des weiteren berücksichtigt, dass die Wassereinspeisung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 vor der totalen Freilegung des Kerns zum Zeitpunkt $t = 5875$ s, mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 nach der totalen Freilegung des Kerns und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.25 so spät (d. h. nach $t = 14220$ s) erfolgt, dass der RDB bereits Schaden genommen hat. Diese Situation wird so behandelt, als ob keine Wassereinspeisung erfolgt. Die Zufallszeiten, wann die Wassereinspeisung in den Kern für die jeweiligen Situationen beginnt, werden bzgl. der MCDET-Analyse über Monte-Carlo-Simulation aus den Verteilungen der entsprechenden aleatorischen Größen berücksichtigt.

Für alle erzeugten dynamischen Ereignisbäume werden folgende 6 Ablaufsequenzen (Pfade) gerechnet, die sich aus den entsprechenden Ereigniskombinationen ergeben:

- Pfad 0: Sprühsystem nicht verfügbar; Einspeisesystem nicht verfügbar.
- Pfad 1: Sprühsystem nicht verfügbar; Einspeisesystem verfügbar; Wassereinspeisung erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt vor der Kernfreilegung ($t_{\text{Wasser}} < 5875$ s).
- Pfad 2: Sprühsystem nicht verfügbar; Einspeisesystem verfügbar; Wassereinspeisung erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt nach der Kernfreilegung und vor RDB-Versagen ($5875 \text{ s} \leq t_{\text{Wasser}} \leq 14220$).
- Pfad 3: Sprühsystem verfügbar; Aktivierung des Sprühsystems erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt nach Beginn der Kernfreilegung und vor RDB-Versagen ($4080 \text{ s} < t_{\text{Sprüh}} \leq 14220$ s); Einspeisesystem nicht verfügbar.
- Pfad 4: Sprühsystem verfügbar; Aktivierung des Sprühsystems erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt nach Beginn der Kernfreilegung und vor RDB-Versagen ($4080 \text{ s} < t_{\text{Sprüh}} \leq 14220$ s); Einspeisesystem verfügbar; Wassereinspeisung erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt vor der Kernfreilegung ($t_{\text{Wasser}} < 5875$ s).

- Pfad 5: Sprühsystem verfügbar; Aktivierung des Sprühsystems erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt nach Beginn der Kernfreilegung und vor RDB-Versagen ($4080 \text{ s} < t_{\text{Sprüh}} \leq 14220 \text{ s}$); Einspeisesystem verfügbar; Wassereinspeisung erfolgt zu einem zufälligen Zeitpunkt nach der Kernfreilegung und vor RDB-Versagen ($5875 \text{ s} \leq t_{\text{Wasser}} \leq 14220$).

Um die Ergebnisse aus den in den Abschnitten 3.2 und 3.3 beschriebenen Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse mit den Ergebnissen aus der MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation vergleichen zu können, sollen die Wahrscheinlichkeiten von zwei stochastischen Ereignissen aus der MCDET-Analyse abgeleitet und einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse unterzogen werden. Dabei handelt es sich

- um die Wahrscheinlichkeit, dass es im Sicherheitsbehälter zu einer Wasserstoffverbrennung kommt $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ und
- um die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einer Wasserstoffverbrennung kommt und dabei ein Spitzendruck von mehr als 5 bar im Sicherheitsbehälter entsteht. Diese Wahrscheinlichkeit wird im Nachfolgenden kurz mit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeit, dass es zur Wasserstoffverbrennung kommt und dabei ein Spitzendruck von 5 bar erreicht wird, kann deshalb als interessante Ergebnisgröße für die nachfolgende Analyse betrachtet, da mit 85%-iger subjektiver Wahrscheinlichkeit (Vertrauensgrad) davon ausgegangen wird, dass der Spitzendruck, bei dem der Sicherheitsbehälter versagt, größer als 5 bar ist (s. Abschnitt 4.2.7). Deshalb erscheint die Untersuchung interessant, mit welcher Wahrscheinlichkeit Spitzendrücke $> 5 \text{ bar}$ bei einer Wasserstoffverbrennung auftreten.

Jeder der in der MCDET-Analyse erzeugte dynamische Ereignisbaum enthält 6 Ablaufsequenzen (Pfade), die unter den Randbedingungen der oben beschriebenen Ereigniskombinationen gerechnet wurden. Zu jedem der gerechneten Pfade wird die jeweils zugehörige Eintrittswahrscheinlichkeit und das Ergebnis betrachtet, ob eine Wasserstoffverbrennung (bzw. Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck $> 5 \text{ bar}$) eingetreten ist. Für jeden erzeugten dynamischen Ereignisbaum wird dann über alle 6 Pfade die jeweils interessierende Ergebnisgröße $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ bzw. $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ ermittelt. Dabei wird z. B. die mittlere Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ berechnet durch

$$P(\text{H2-Verbrennung}) = \sum_{i=0}^5 I_{\text{H2-Verbrennung}}(i) \cdot p_i \quad (5.1)$$

wobei

p_i - die Wahrscheinlichkeit für den Pfad i und

$I_{\text{H2-Verbrennung}}(i)$ - die Indikatorfunktion für das Ereignis ist, dass in der Ablaufsequenz i des jeweiligen dynamischen Ereignisbaumes eine Wasserstoffverbrennung eingetreten ist.

Entsprechend wird die mittlere Wahrscheinlichkeit für $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ ermittelt durch

$$P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar}) = \sum_{i=0}^5 I_{\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar}}(i) \cdot p_i \quad (5.2)$$

mit

$I_{\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar}}(i)$ - Indikatorfunktion für das Ereignis, dass in der Ablaufsequenz i des jeweiligen dynamischen Ereignisbaumes eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck $> 5 \text{ bar}$ eingetreten ist.

Bei der mittels einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation durchgeführten MCDET-Analyse werden unter der Bedingung eines jeden ausgespielten epistemischen Wertevektors V_i , $i=1, \dots, 100$, der epistemischen Größen 100 dynamische Ereignisbäume $\text{DDET}_{j|V_i}$, $j=1, \dots, 100$, erzeugt, wobei die aleatorischen Größen x bzgl. der unterschiedlichen $\text{DDET}_{j|V_i}$ variiert werden. Für jeden dynamischen Ereignisbaum $\text{DDET}_{j|V_i}$, $j=1, \dots, 100$ und $i=1, \dots, 100$, werden die mittleren Wahrscheinlichkeiten $P(\text{H2-Verbrennung})$ und $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ gemäß der Gleichungen (5.1) und (5.2) unter der Bedingung der Parameterwerte des jeweiligen epistemischen Vektors V_i ermittelt.

Die für die jeweiligen unter V_i bedingten dynamischen Ereignisbäume $\text{DDET}_{j|V_i}$ berechneten Mittelwerte werden im Folgenden mit $P_j(\text{H2-Verbrennung} | V_i)$ und $P_j(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} | V_i)$ bezeichnet. Dabei ist $P_j(\text{H2-Verbrennung} | V_i)$ die mittlere Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung für den dynamischen Ereignisbaum j unter der Bedingung der epistemischen Werte, die durch den Vektor V_i gegeben sind. Entsprechend ist $P_j(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} | V_i)$ zu interpretieren.

Unter der Bedingung eines jeden epistemischen Vektors V_i , $i=1,\dots,100$, ergibt sich durch die Variation der aleatorischen Größen eine Variation bzgl. der probabilistischen Ergebnisse $P_j(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)$ bzw. $P_j(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)$, $j=1,\dots,100$. Diese Variation kann unter der Bedingung eines jeden epistemischen Vektors V_i durch eine empirische Verteilungsfunktion dargestellt werden. Jede dieser empirischen Verteilungsfunktionen ist Ausdruck der aleatorischen Unsicherheit, die sich unter der Bedingung des jeweiligen ausgespielten epistemischen Vektors V_i ergibt.

In Abb. 5-1 und Abb. 5-2 werden die bedingten Verteilungen $P(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)$ und $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)$ für die ersten 5 der insgesamt 100 epistemischen Vektoren V_i , $i=1,\dots,100$, dargestellt.

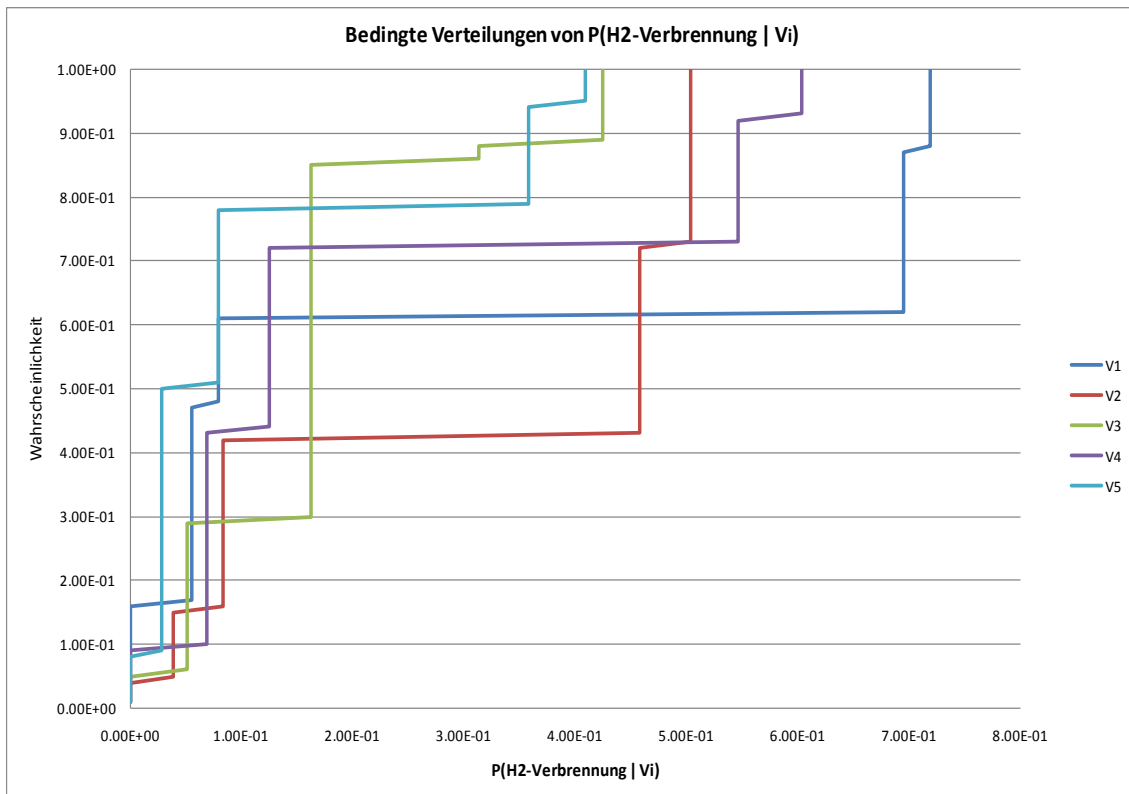


Abb. 5-1 Verteilungsfunktionen der Wahrscheinlichkeit $P(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)$, dass eine Wasserstoffverbrennung auftritt unter der Bedingung der epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 .

Zur Verdeutlichung und Interpretation der in Abb. 5-1 dargestellten bedingten empirischen Verteilungsfunktionen soll eine kurze Erläuterung am Beispiel der roten Kurve gegeben werden, die unter der Bedingung der Werte des epistemischen Vektors V_2 berechnet worden ist. Aus der unter dem epistemischen Vektor V_2 bedingten

Verteilungsfunktion, die sich durch die Variation der aleatorischen Größen ergeben hat, ist abzulesen, dass sich mit

- ca. 4% eine Wahrscheinlichkeit von $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_2) = 0$,
- ca. 15% eine Wahrscheinlichkeit von $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_2) \leq 0.038$,
- ca. 42 % eine Wahrscheinlichkeit von $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_2) \leq 0.084$,
- ca. 72 % eine Wahrscheinlichkeit von $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_2) \leq 0.46$ und
- ca. 100 % eine Wahrscheinlichkeit von $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_2) \leq 0.51$

für eine Wasserstoffverbrennung ergeben haben. Der Mittelwert der bedingten Verteilungsfunktion von $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_2)$ beträgt 0.305. In entsprechender Weise sind die restlichen Verteilungsfunktionen zu interpretieren.

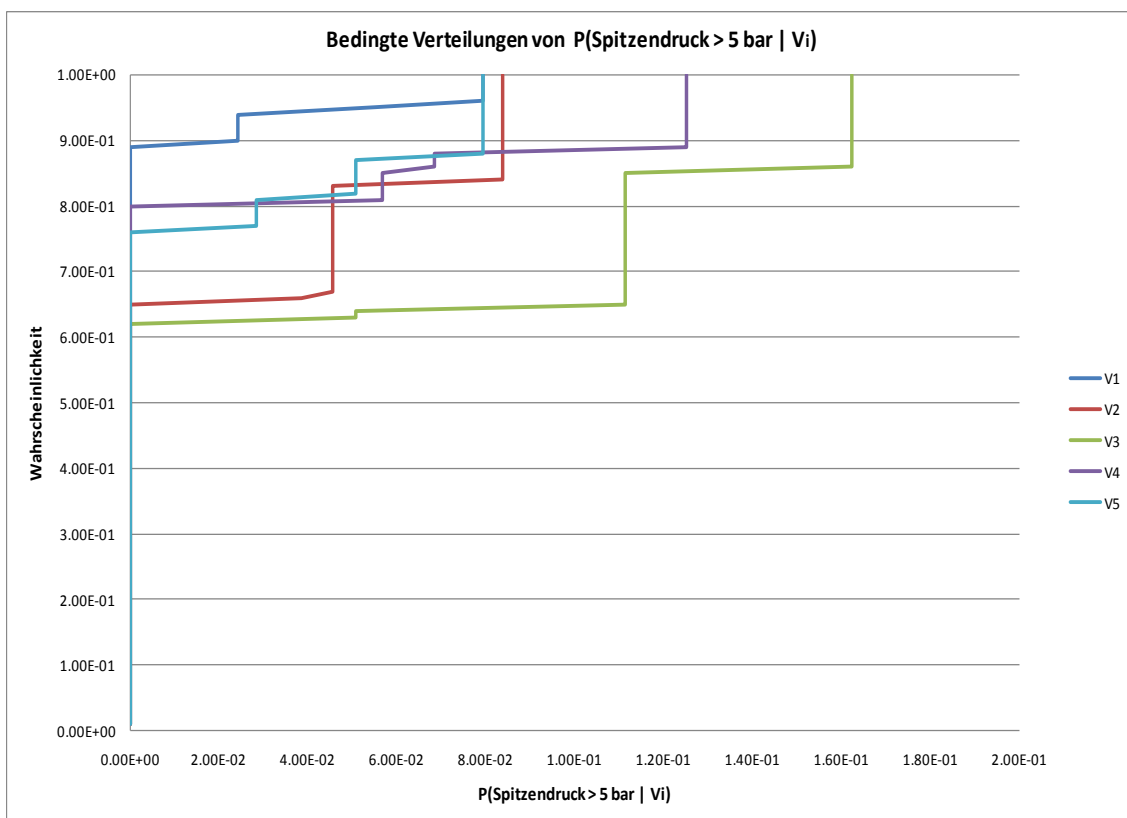


Abb. 5-2 Verteilungsfunktionen der Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)$, dass eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck $> 5 \text{ bar}$ auftritt unter der Bedingung der epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 .

Die Variationen der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_i)_{i=1, \dots, 100}$ bzw. $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)_{i=1, \dots, 100}$ die für die epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 in Abb. 5-1 bzw. Abb. 5-2 grafisch dargestellt sind, basieren auf der Variation

der in der MCDET-Analyse über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten aleatorischen Größen unter der Bedingung der jeweiligen epistemischen Parametervektoren V_i , $i=1, \dots, 100$. Aus den bedingten empirischen Verteilungsfunktionen können jeweils statistische Kenngrößen, wie z. B. Mittelwert, Median, 95%-Quantil etc., abgeleitet werden.

Für die in Abb. 5-1 bzw. Abb. 5-2 dargestellten bedingten empirischen Verteilungsfunktionen werden in der Tab. 5-1 bzw. Tab. 5-2 die jeweils zugehörigen Mittelwerte, Standardabweichungen und 95%-Quantile für die Ergebnisgrößen $P(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)_{i=1, \dots, 5}$ und $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)_{i=1, \dots, 5}$ angegeben.

Tab. 5-1 Mittelwert, Standardabweichung und 95%-Quantil der bedingten Verteilungen der probabilistischen Ergebnisgröße $P(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)_{i=1, \dots, 5}$ bzgl. der gegebenen epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5

Kenngrößen der bedingten Verteilung von $P(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)$					
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
Mittelwert	3.02E-1	3.05E-1	1.63E-1	2.17E-1	1.16E-1
Std.abw:	3.21E-1	2.07E-1	1.15E-1	2.19E-1	1.39E-1
95%-Quantil:	7.19E-1	5.03E-1	4.25E-1	6.03E-1	4.09E-1

Tab. 5-2 Mittelwert, Standardabweichung und 95%-Quantil der bedingten Verteilungen der probabilistischen Ergebnisgröße $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)_{i=1, \dots, 5}$ bzgl. der gegebenen epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5

Kenngrößen der bedingten Verteilung von $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)$					
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
Mittelwert	5.74E-3	2.24E-2	4.88E-2	1.99E-2	1.48E-2
Std.abw:	1.85E-2	3.26E-2	6.51E-2	4.23E-2	2.82E-2
95%-Quantil:	5.52E-2	8.39E-2	1.62E-1	1.25E-1	7.93E-2

Die epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse hat zum Ziel, den Beitrag des Einflusses der epistemischen Unsicherheiten auf die probabilistischen Ergebnisunsicherheiten zu analysieren und zu quantifizieren. Die probabilistische Ergebnisgröße ist in dem vorliegenden Anwendungsbeispiel die mittlere Wahrscheinlichkeit, die aus den einzelnen bedingten Verteilungen der Ergebnisgrößen $P(\text{H2-Verbrennung} \mid V_i)_{i=1, \dots, 100}$ bzw. $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)_{i=1, \dots, 100}$ bestimmt wird. Die unbedingte Wahrscheinlichkeit ergibt sich als der Mittelwert der Verteilung der bedingten mittleren Wahrschein-

lichkeiten, von denen 5 (von insgesamt 100) in Abb. 5-1 bzw. Abb. 5-2 für die entsprechenden Ergebnisgrößen aufgeführt sind.

In Abb. 5-3 und Abb. 5-4 sind die Verteilungen der bedingten mittleren Wahrscheinlichkeiten der Ergebnisgrößen $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_i)_{i=1,\dots,100}$ und $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)_{i=1,\dots,100}$, die sich unter der Bedingung der jeweiligen epistemischen Vektoren V_i ergeben haben, in Form einer empirischen Verteilungsfunktion dargestellt.

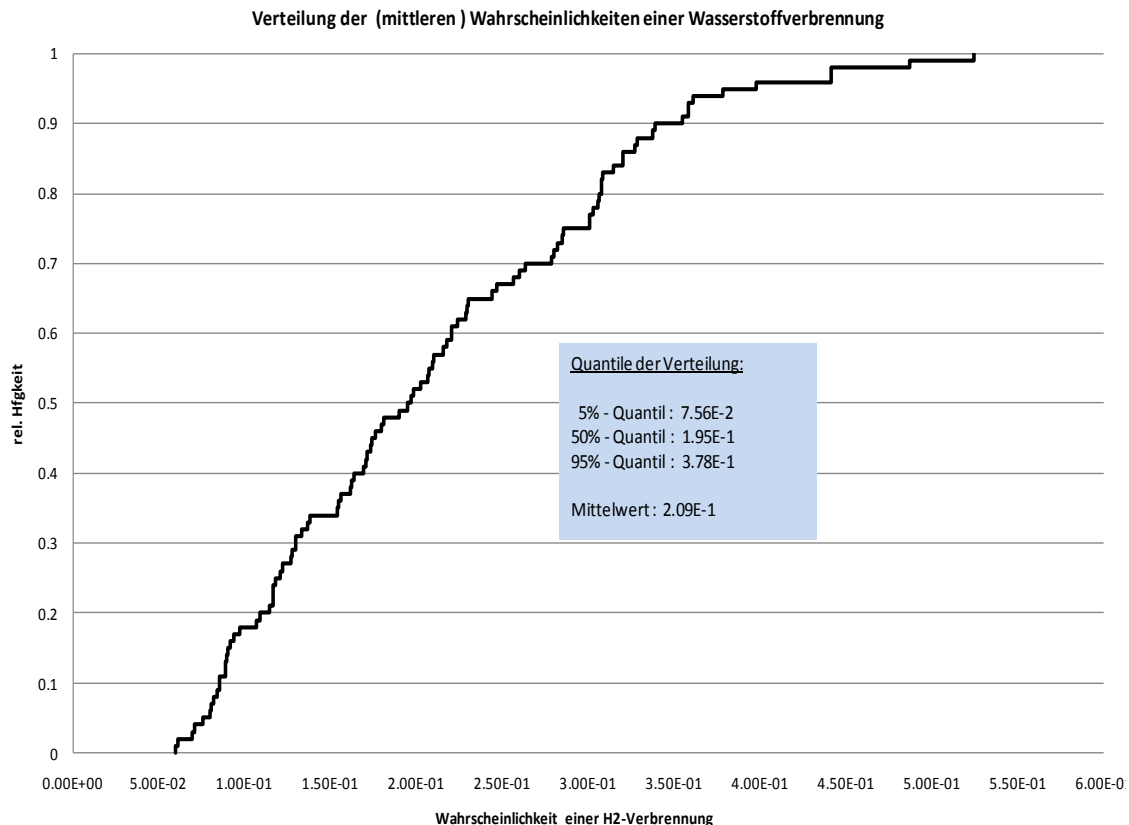


Abb. 5-3 Verteilung der mittleren Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter

Der Mittelwert und die Standardabweichung der in Abb. 5-3 dargestellten Verteilung der mittleren bedingten Wahrscheinlichkeiten einer Wasserstoffverbrennung betragen 0.209 bzw. 0.105. Die 5%-, 50%- und 95%-Quantile dieser Verteilung sind in Abb. 5-3 angegeben. Aus der Verteilung lässt sich z. B. ablesen, dass 90% der epistemischen Unsicherheit für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter zwischen den Werten 7.56E-2 und 0.378 liegt. Mit einer epistemischen Unsicherheit von 5 % ist die Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung größer als 0.378.

Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit, dass eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck von > 5 bar eintritt

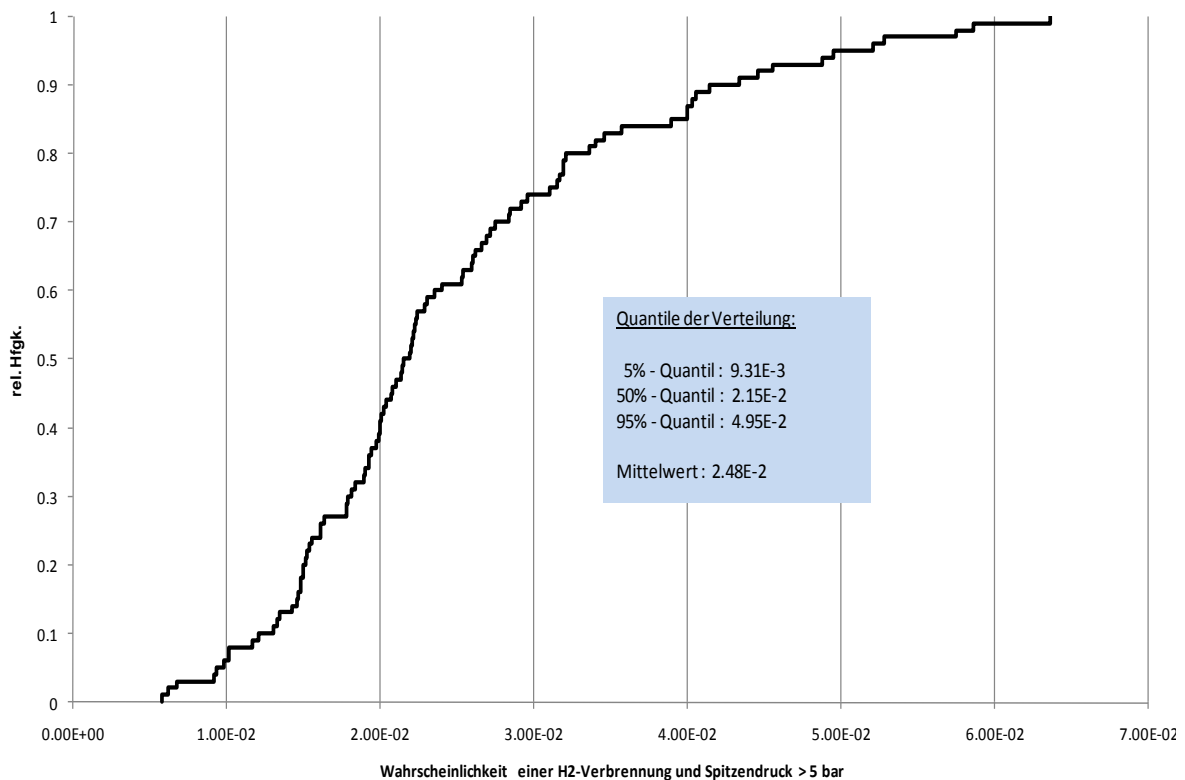


Abb. 5-4 Verteilung der mittleren Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck > 5 bar

Der Mittelwert der in Abb. 5-4 dargestellten Verteilung der mittleren bedingten Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck > 5 bar beträgt $2.48E-2$. Die Standardabweichung der Verteilung ist $1.21E-2$. Aus der Verteilung in Abb. 5-4 lassen sich probabilistische Aussagen ableiten wie z. B. 90 % der epistemischen Unsicherheit bzgl. der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar liegt zwischen $9.31E-3$ und $4.95E-2$ oder mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit weist $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ einen Wert auf, der kleiner als 0.05 ist.

Die Frage, welche epistemischen Parameterunsicherheiten den größten Einfluss auf die Unsicherheiten bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeiten $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ bzw. $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ haben, kann über eine Sensitivitätsanalyse beantwortet werden. Für die Sensitivitätsanalyse wurden lediglich die ersten 7 der in Abschnitt 4.2 beschriebenen epistemischen Parameter berücksichtigt, da die Unsicherheit bzgl. des Versagensdrucks des Sicherheitsbehälters (Parameter 8) für die in diesem

Anwendungsbeispiel betrachteten probabilistischen Ergebnisgrößen keine Bedeutung hat.

Bei der Sensitivitätsanalyse der mittleren Wahrscheinlichkeiten $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ bzw. $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$, die sich bei der mittels zweistufiger Monte-Carlo-Simulation durchgeführten MCDET-Analyse ergeben haben, wurde der standardisierte Regressionskoeffizient nach Pearson als Sensitivitätsmaß verwendet. Dabei hat sich für die mittlere Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0.8678$ ergeben, was darauf hinweist, dass eine relativ gute lineare Anpassung der Ergebnisse möglich ist und der standardisierte Regressionskoeffizient nach Pearson als Sensitivitätsmaß relativ aussagekräftig ist. Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse sind bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ für die Parameter 1-7 in Abb. 5-5 dargestellt.

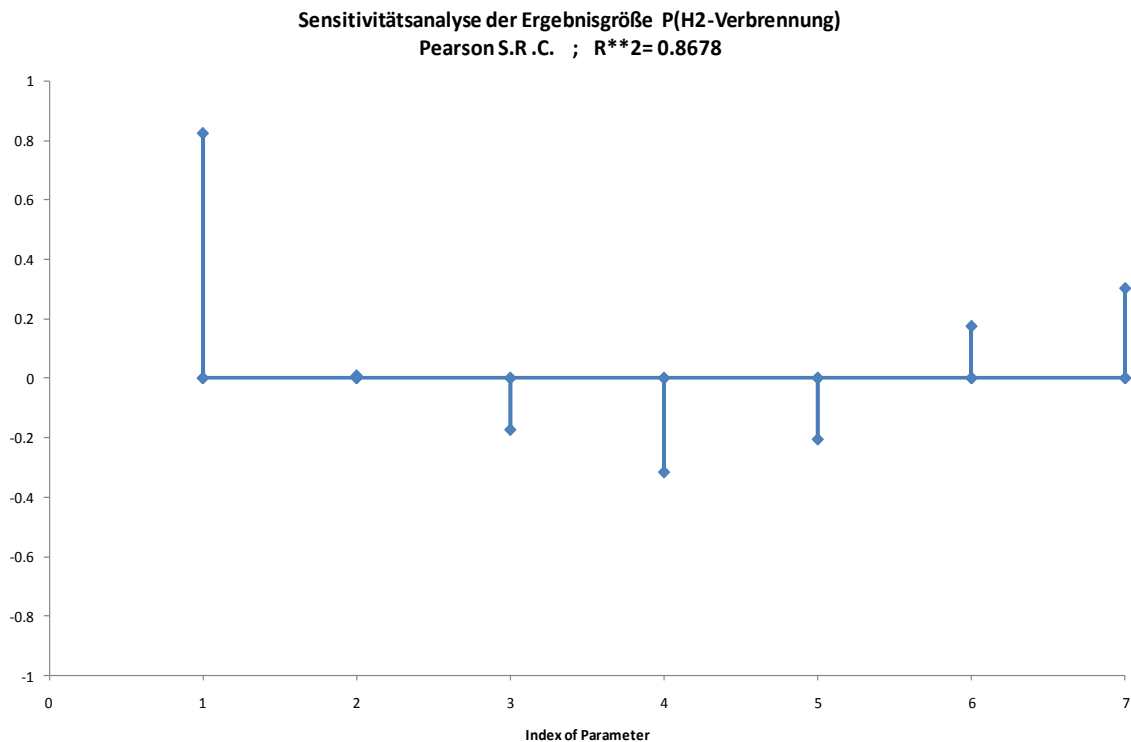


Abb. 5-5 Standardisierter Regressionskoeffizient nach Pearson für die epistemischen Parameter 1-7 bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$

Aus Abb. 5-5 ist zu erkennen, dass die Unsicherheit des Parameters 1 (Wasserstoff-Massenstromrate) den größten Beitrag zur Unsicherheit der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung (s. Abb. 5-3) liefert. Alle anderen Parameter haben nur eine relativ untergeordnete Bedeutung. Es ist zu betonen, dass die Parameter 3 (Unsicherheiten bzgl. der Wirkung des Sprühsystems auf Dampfmasse, Temperatur und Druck im Sicherheitsbehälter) sowie die Parameter 4 und 5 (Konstanten in der Berechnungsformel des rekombinierten Wasserstoffs) negative Regressionskoeffizienten aufweisen. Für die Parameter 4 und 5 heißt das beispielsweise, je kleiner die Konstanten in der Berechnungsformel der rekombinierten Wasserstoffrate sind, umso geringer ist der rekombinierte Wasserstoff und umso höher sind die Wahrscheinlichkeiten einer Wasserstoffverbrennung. Für den Parameter 3 bedeutet die negative Korrelation, je früher das Sprühsystem aktiviert wird, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung.

Für die mittlere Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ hat sich bei der Sensitivitätsanalyse ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0.77$ ergeben. Damit kann wie zuvor der standardisierte Regressionskoeffizient nach Pearson als Sensitivitätsmaß verwendet werden. Die Sensitivitäten der Parameter 1-7 bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ sind in Abb. 5-6 dargestellt.

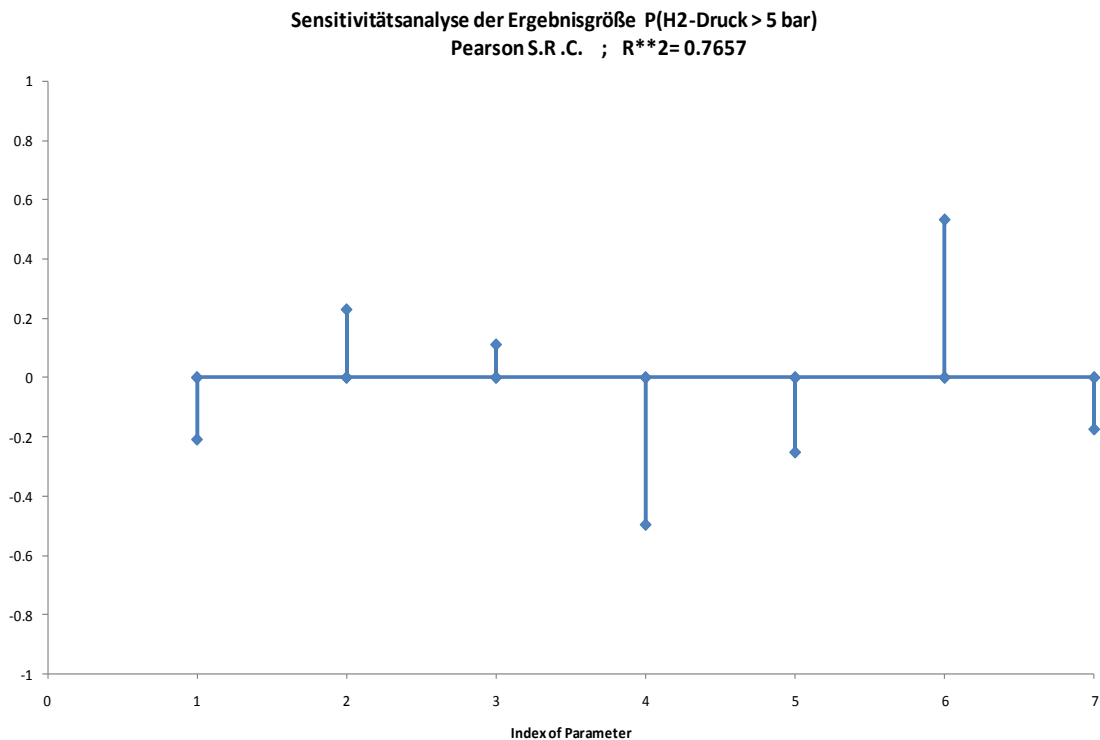


Abb. 5-6 Standardisierter Regressionskoeffizient nach Pearson für die epistemischen Parameter 1-7 bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$

Zur Unsicherheit der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ tragen insbesondere die Parameter 6 (Verfügbarkeit der Wassereinspeisung in den Kern) und in negativer Richtung der Parameter 4 (Konstante in der Berechnungsformel des rekombinierten Wasserstoffs, s. Abschnitt 4.2.4) bei. Die anderen Parameter haben einen eher untergeordneten Einfluss.

Der negative Einfluss des Parameters 4, der als Multiplikationsfaktor des Drucks in die Berechnungsformel des rekombinierten Wasserstoffs eingeht, kann damit erklärt werden, dass mit zunehmender Größe des Multiplikationsfaktors eine höhere Rekombinationsrate des Wasserstoffs verbunden ist und damit der Anteil des Wasserstoffs am gesamten Gasgemisch verringert wird, womit eine geringere Wahrscheinlichkeit eines Spitzendrucks $> 5 \text{ bar}$ bei einer Wasserstoffverbrennung verbunden ist.

5.2 Approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse unter Verwendung der Ergebnisse aus multiplen Regressionsfunktionen

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse diskutiert, die sich unter Verwendung multipler Regressionsfunktionen ergeben haben. Die multiplen Regressionsfunktionen wurden an die Ergebnisse einer MCDET-Analyse angepasst, bei der die in Abschnitt 4.2 beschriebenen aleatorischen und epistemischen Größen gleichzeitig variiert wurden. Die Ergebnisgrößen, die aus der MCDET-Analyse bei gleichzeitiger Variation der aleatorischen und epistemischen Größen berechnet und der approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse nach der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Methode unterzogen werden, entsprechen denen in Abschnitt 5.1.

In dieser MCDET-Analyse wurden 100 dynamische Ereignisbäume erzeugt, wobei jeder dynamische Ereignisbaum aus 6 Pfaden besteht, die sich aus den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Ereigniskombinationen bzgl. der Verfügbarkeit und des Zeitpunktes der Wassereinspeisung und des Sprühsystems ergeben. Es konnte keine hinreichend genaue Anpassung von Regressionsfunktionen an die pro Baum ermittelten Wahrscheinlichkeiten erreicht werden. Um dennoch eine Anwendung dieser Methode zu ermöglichen wurde aus diesem Grund versucht, für jeden Pfad separat eine entsprechende multiple Regressionsfunktion zu ermitteln. Mit den pro Pfad ermittelten Regressionsfunktionen wurde dann die Variabilität der aleatorischen und epistemischen Größen getrennt berücksichtigt.

Bzgl. Pfad 0 (Sprühsystem und Wassereinspeisesystem sind nicht verfügbar) und Pfad 1 (Sprühsystem nicht verfügbar und Wassereinspeisung erfolgt vor dem Zeitpunkt der Kernfreilegung) ist es bei keinem der 100 erzeugten dynamischen Ereignisbäume zu einer Wasserstoffverbrennung gekommen. Trotzdem wurden für den Pfad 0 und den Pfad 1 multiple Regressionsfunktionen für die Größe ‚Pfadwahrscheinlichkeit‘ ermittelt, um den jeweiligen Pfaden bei der Ermittlung der approximativen Ergebnisse über die Regressionsfunktionen die benötigten Pfadwahrscheinlichkeiten zuordnen zu können.

Bzgl. der Pfade 2 - 5 wurden jeweils für die Größen ‚Pfadwahrscheinlichkeit‘ und ‚Spitzendruck‘, die bei der MCDET-Analyse für jeden einzelnen Pfad neben anderen Größen berechnet wurden, die jeweiligen multiplen Regressionsfunktionen ermittelt. Aus den jeweiligen Größen ‚Pfadwahrscheinlichkeit‘ und ‚Spitzendruck‘ der MCDET-Analyse kann man mittels geeigneter statistischer Auswertung die entsprechenden Aussagen der uns interessierenden Ergebnisgrößen $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ und $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ ableiten.

Bei der Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die Prozessgröße ‚Spitzendruck‘ wurde für Pfad 2 ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0.7$, für die Pfade 3, 4 und 5 jedoch nur ein R^2 von ca. 0.5 erreicht. D. h. die Qualität der Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die Prozessgröße ‚Spitzendruck‘ ist bzgl. der Pfade 3, 4 und 5 nicht besonders gut. Lediglich 50 % der Variation des Spitzendrucks kann für die jeweiligen Pfade durch die ermittelte Regressionsfunktion beschrieben werden.

Die Bestimmtheitsmaße für die Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die für jeden Pfad berechneten Pfadwahrscheinlichkeiten sind für alle Pfade mit $R^2 > 0.97$ sehr hoch. Das bedeutet, dass die Pfadwahrscheinlichkeiten über die jeweiligen angepassten Regressionsfunktionen der Pfade sehr gut approximiert werden können.

Unter Verwendung der für jeden Pfad ermittelten multiplen Regressionsfunktionen wurden anschließend die aleatorischen und epistemischen Größen gemäß der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Methode getrennt berücksichtigt. Die Vektoren der epistemischen Größen liegen bereits aus der MCDET-Analyse vor, bei der die (über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten) aleatorischen und epistemischen Größen gemeinsam variiert wurden. Pro betrachteten Vektor der epistemischen Größen, deren Werte in die entsprechenden Regressoren eingesetzt werden, wurden 100

Zufallsvektoren der aleatorischen Größen ausgespielt. Für jeden Vektor der aleatorischen Größen wurden die Zufallswerte den zugehörigen Regressoren der multiplen Regressionsfunktionen zugeordnet. Somit wurden über die multiplen Regressionsfunktionen pro epistemischen Vektor 100 Werte des Spitzendrucks berechnet, die sich aus der Variation der aleatorischen Variablen ergeben. Zusätzlich wurden über die multiplen Regressionsfunktionen die Werte der zum betreffenden Pfad zugehörigen Pfadwahrscheinlichkeiten berechnet. Für die über die multiplen Regressionsfunktionen ermittelten approximativen Ergebnisse wurde dann eine Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse analog zu der in Abschnitt 5.1 durchgeführt.

Obwohl das Bestimmtheitsmaß der multiplen Regressionsfunktionen an die Prozessgröße ‚Spitzendruck‘ für die Pfade 3, 4 und 5 mit ca. 0.5 nicht zufriedenstellend ist, wurde dennoch eine approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse unter Verwendung der ermittelten multiplen Regressionsfunktionen durchgeführt, um einen ersten Eindruck über die Aussagekraft dieser approximativen Methodik zu bekommen.

In Abb. 5-7 wird die sich aus den epistemischen Größen ergebende Unsicherheit der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter bzgl. des zugrundegelegten Kühlmittelverluststörfall angegeben. Neben der Verteilung, die über die in Abschnitt 3.2 beschriebene regressionsbasierte approximative Methode ermittelt wurde (schwarze Kurve), ist zu Vergleichszwecken die in Abb. 5-3 dargestellte Verteilung (rote Kurve) zusätzlich angegeben, die sich über die MCDET Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation ergeben hat. In Tab. 5-3 sind verschiedene Kenngrößen der in Abb. 5-7 dargestellten Verteilungen gegenübergestellt.

Tab. 5-3 Quantile und Mittelwert der Verteilungen der (mittleren) Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung, die über die regressionsbasierte approximative Methode und über die volle zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation ermittelt wurden

	zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation	multiple Regressionsfunktionen
5%-Quantil	7.56E-2	7.21E-2
50%-Quantil	1.95E-1	1.38E-1
95%-Quantil	3.78E-1	3.34E-1
Mittelwert	2.09E-1	1.59E-1
Std.abw.	1.05.1	7.97E-2

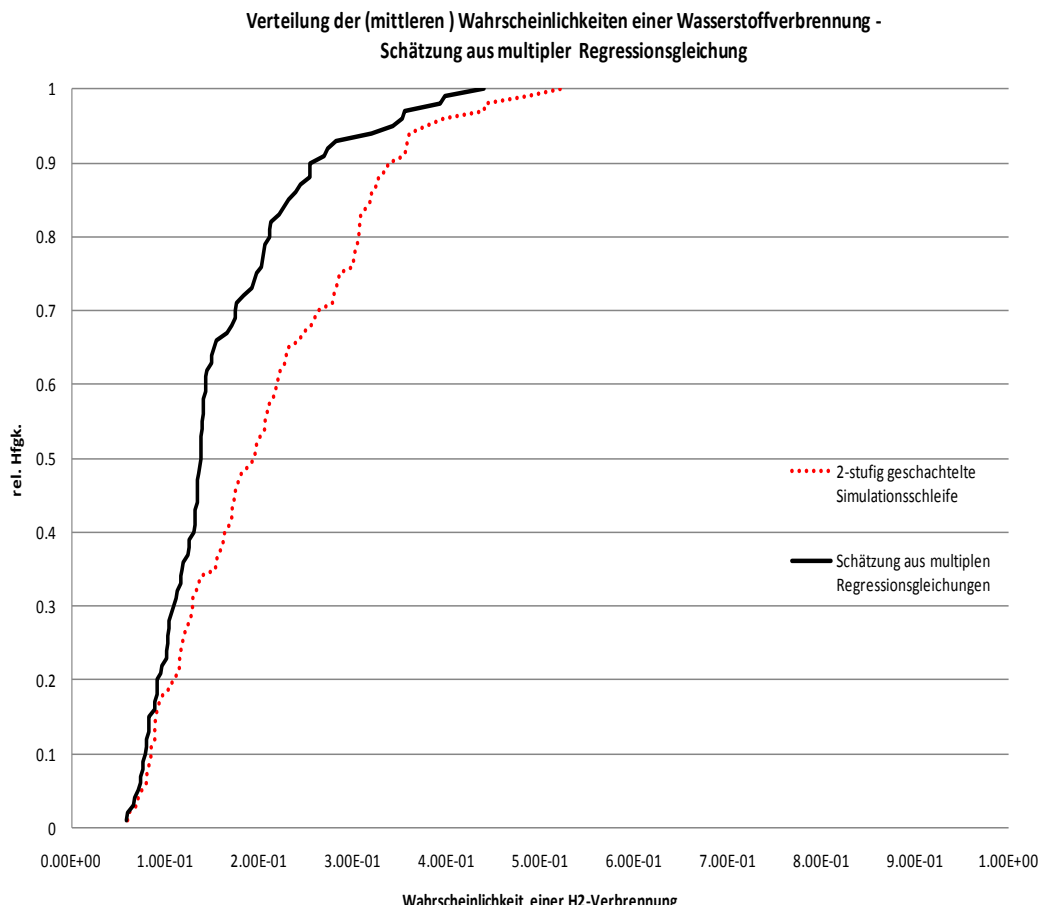


Abb. 5-7 Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung (i) approximativ über multiple Regressionsfunktionen (schwarze Kurve) und (ii) aus MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation (rote Kurve)

Zum besseren Verständnis soll darauf hingewiesen werden, dass sich die in Abb. 5-7 dargestellten Verteilungen durch den Einfluss der Unsicherheiten der epistemischen Größen ergeben. Sie bestehen aus jeweils 100 Wahrscheinlichkeiten, die die jeweiligen Mittelwerte der bedingten Verteilungen für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid \epsilon)$ sind, die sich aus der Variation der aleatorischen Größen bei gegebenem epistemischen Vektor ϵ ergeben. Dieser Sachverhalt ist für die volle zweistufige Monte-Carlo-Simulation in Abschnitt 5.1 ausführlich beschrieben.

Aus Abb. 5-7 und Tab. 5-3 ist zu erkennen, dass die Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeiten einer Wasserstoffverbrennung über die regressionsbasierte approximative Methode gegenüber der Verteilung aus der MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation zu etwas kleineren Werten hin verschoben ist. In Anbetracht der Tatsache, dass die Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die Prozessgröße ‚Spitzendruck‘ insbesondere für die Pfade 3, 4 und 5 mit einem Bestimmtheitsmaß von R^2 ca. 0.5 nicht besonders gut ist, werden die epistemischen Unsicherheiten bzgl. der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter durch die regressionsbasierte approximative Methode relativ gut beschrieben.

Ein entsprechendes Verhalten zeigt sich in Abb. 5-8, in der die approximative Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar angegeben ist, die sich unter Verwendung der multiplen Regressionsfunktionen ergeben hat (schwarze Kurve). Zu Vergleichszwecken ist gleichzeitig die bereits in Abb. 5-4 beschriebene Verteilung dargestellt, die sich aus der MCDET-Analyse unter Verwendung einer vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ergeben hat (rote Kurve).

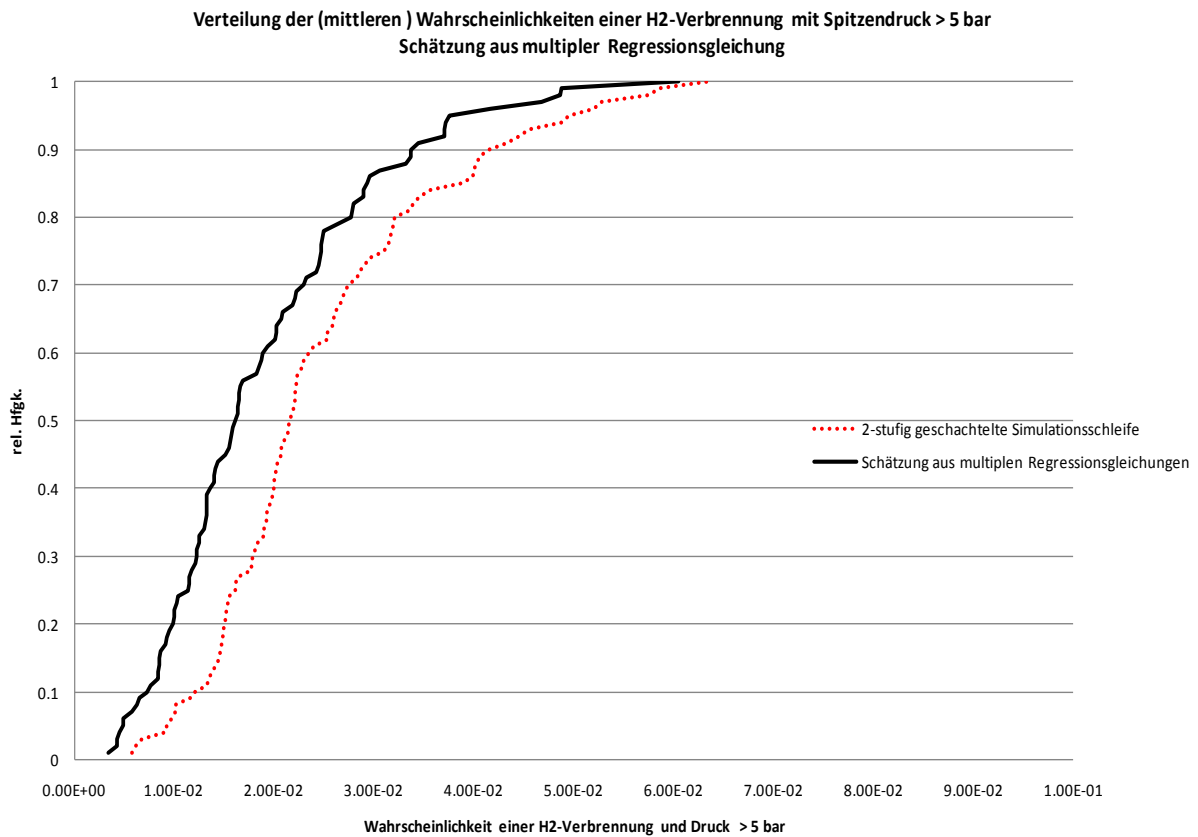


Abb. 5-8 Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar (i) approximativ über multiple Regressionsfunktionen (schwarze Kurve) und (ii) aus MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation (rote Kurve)

In Tab. 5-4 sind verschiedene Kenngrößen der entsprechenden Verteilungen gegenübergestellt.

Tab. 5-4 Quantile, Mittelwert und Standardabweichung der Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar, die über die regressionsbasierte approximative Methode und über die zweistufig geschachtelte Simulationsschleife ermittelt wurden

	zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation	multiple Regressionsfunktionen
5%-Quantil	9.31E-3	4.87E-3
50%-Quantil	2.15E-2	1.61E-2
95%-Quantil	4.958E-2	3.76E-2
Mittelwert	2.48E-2	1.90E-2
Std.abw.	1.21E-2	1.11E-2

Die Verteilung der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar, die über die approximative Methode der multiplen Regressionsfunktionen ermittelt wurde, ist gegenüber der Verteilung aus der MCDET-Analyse mit zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation zu etwas kleineren Werten hin verschoben wie in Abb. 5-8 deutlich zu erkennen ist. Aber ähnlich wie bei der Verteilung der Wahrscheinlichkeit einer H₂-Verbrennung (s. Abb. 5-7) wird auch die epistemische Unsicherheit bzgl. der Wahrscheinlichkeit einer H₂-Verbrennung mit Spitzendruck > 5 bar über die regressionsbasierte approximative relativ gut beschrieben.

Trotz der teilweise mäßigen Anpassung, die sich bei der Approximation der multiplen Regressionsfunktionen für den Spitzendruck bzgl. einiger Pfade ergeben haben, konnten mit dieser Methodik relativ gute Ergebnisse für die approximative Unsicherheitsanalyse erzielt werden. Die aus der Unsicherheitsanalyse abgeleiteten Verteilungen, die sich bzgl. der betrachteten probabilistischen Ergebnisgrößen

- Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter, P(H₂-Verbrennung) und
- Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar, P(Spitzendruck > 5 bar)

aus der MCDET-Analyse mit zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation ergeben haben, konnten durch die aus der regressionsbasierten approximativen Methode ermittelten Verteilungen relativ gut beschrieben werden.

Die Verschiebungen der approximativen Verteilungen zu kleineren Werten hin sind in Anbetracht der teilweise nur mäßigen Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die Prozessgröße ‚Spitzendruck‘ als relativ gering zu betrachten. Insgesamt können noch bessere Näherungen erwartet werden, wenn bessere Anpassungen der multiplen Regressionsfunktionen an die Ergebnisse der MCDET-Analyse möglich sind und Bestimmtheitsmaße von beispielsweise $R^2 > 0.7$ aufweisen.

Aus der mit der Methode der multiplen Regressionsfunktionen durchgeführten approximativen Sensitivitätsanalyse stellt sich die Massenstromrate des Wasserstoffs als diejenige epistemische Größe heraus, die den größten Einfluss auf die Unsicherheit der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter P(H₂-Verbrennung) hat. Dies wird aus Abb. 5-9 deutlich, in der als Sensitivitätsmaß der Standardisierte Regressionskoeffizient nach Pearson dargestellt ist. Das gleiche

Sensitivitätsmaß wurde auch im Fall der MCDET-Analyse mit zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation in Abb. 5-5 verwendet.

Insgesamt führt die Sensitivitätsanalyse über die approximative Methode der multiplen Regression bzgl. der Ergebnisgröße P(H₂-Verbrennung) zu den gleichen Aussagen, die man aus der Sensitivitätsanalyse der MCDET-Ergebnisse erhält, die mit der vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ermittelt wurden. Besonders deutlich ist dies zu erkennen, wenn man Abb. 5-9 (approximative Sensitivitätsanalyse) mit der Abb. 5-5 vergleicht. Geringe Unterschiede zeigen sich lediglich in den Ausprägungen der Parameter 4 und 6, die in der approximativen Sensitivitätsmaße etwas mehr Gewicht erhalten. Dies hat jedoch keinen Einfluss auf die Gesamtaussage der Sensitivitätsanalyse, dass der Parameter 1 den maßgeblichen Einfluss auf die Unsicherheiten der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter hat und die restlichen epistemischen Größen eher einen untergeordneten Einfluss haben.

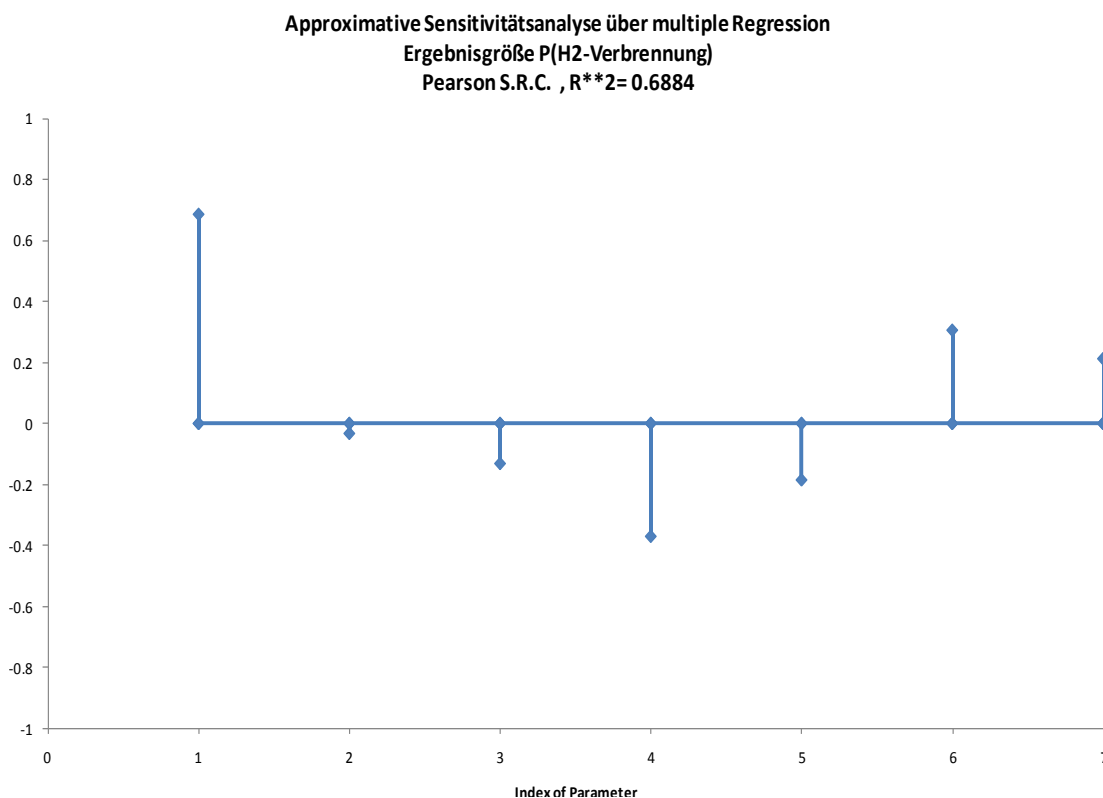


Abb. 5-9 Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse aus der approximativen Methode über multiple Regressionsfunktionen bzgl. der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung P(H₂-Verbrennung)

Bei der approximativen Sensitivitätsanalyse bzgl. der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar, P(Spitzendruck > 5 bar), haben

sich, wie im Fall der Sensitivitätsanalyse bzgl. der MCDET-Ergebnisse aus der vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation (s. Abb. 5-6), die Parameter 4 und 6 als diejenigen herausgestellt, die den größten Einfluss auf die Unsicherheit der Ergebnisgröße $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ haben (s. Abb. 5-10). Die Sensitivitätsmaße und Aussagen aus der approximativen Sensitivitätsanalyse in Abb. 5-10 stimmen fast exakt mit den Sensitivitätsaussagen in Abb. 5-6 überein, die unter Verwendung der MCDET-Ergebnisse aus der vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation ermittelt worden sind.

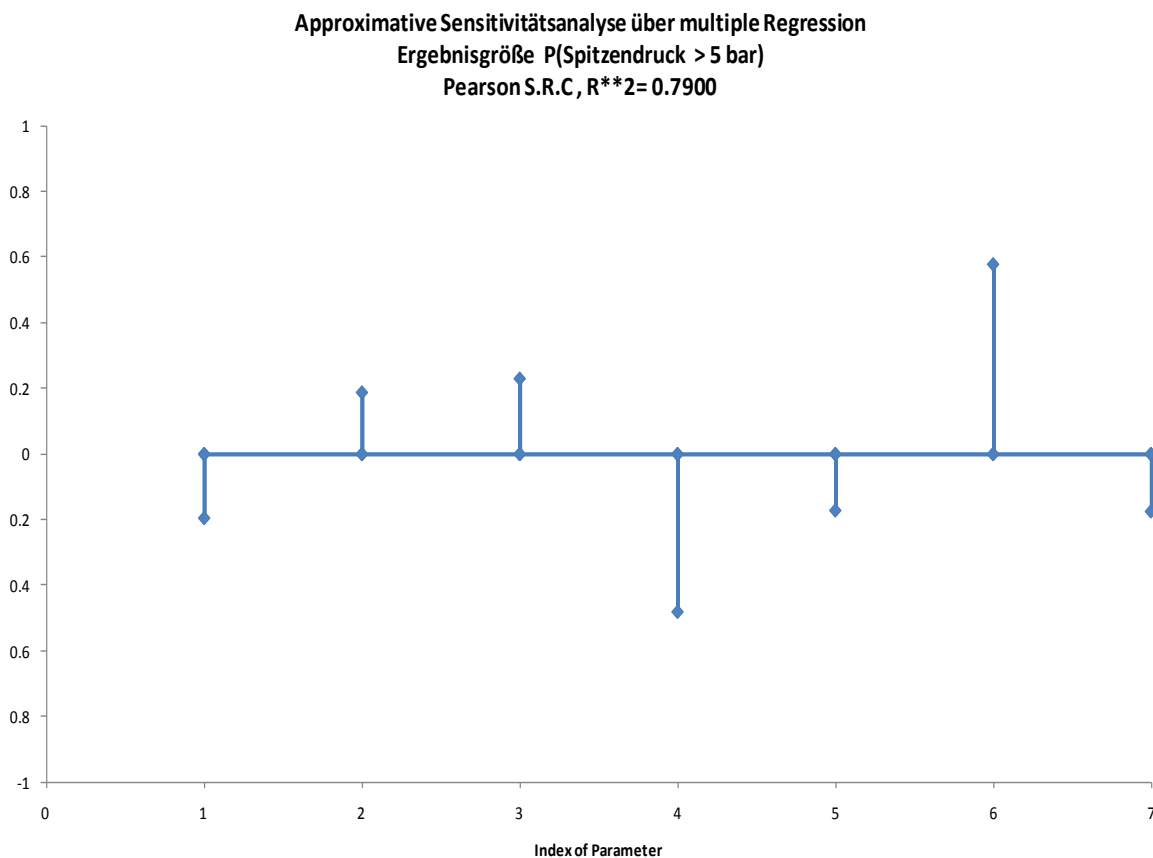


Abb. 5-10 Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse aus der approximativen Methode über multiple Regressionsfunktionen bzgl. der Ergebnisgröße $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$

Die Ergebnisse aus der approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse, die sich über die Methode des multiplen Regressionsverfahrens ergeben haben, sind im Vergleich zu den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse aus der vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation als zufriedenstellend zu betrachten. Insbesondere die Aussagen der approximativen Sensitivitätsanalyse stimmen fast genau mit den Sensitivitätsaussagen überein, die in Abschnitt 5.1 ermittelt worden

sind. Diese guten Übereinstimmungen konnten trotz der teilweise nur mäßigen Anpassungen der multiplen Regressionsfunktionen an die Prozessgröße ‚Spitzendruck‘ der MCDET-Analyse erzielt werden. Es ist klar, dass eine bessere Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an Prozessgrößen eine noch bessere Übereinstimmung der Ergebnisse, insbesondere bzgl. der approximativen Unsicherheitsanalyse, erwarten lässt.

Die approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse über das multiple Regressionsverfahren hat sich in diesem Anwendungsbeispiel als eine Methode erwiesen, mit der man aus einer MCDET-Analyse, bei gleichzeitiger Variation der epistemischen und aleatorischen Größen, verwertbare Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen erzielen kann. Im vorliegenden Anwendungsbeispiel haben die approximativen Ergebnisse relativ gut mit denen übereingestimmt, die man mit einer Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse erhält, die für Ergebnisse einer MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation durchgeführt worden ist. Der Vorteil dieser approximativen Methode ist, dass sie mit den Ergebnissen einer MCDET-Analyse, in der die epistemischen und aleatorischen Größen gleichzeitig variiert werden, auskommt.

Leider gibt es Situationen, in denen die Anwendung dieser Methode nicht sinnvoll erscheint bzw. nicht möglich ist. Eine solche Situation kann sich zum Beispiel ergeben, wenn keine ausreichend gute Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an Prozessgrößen der MCDET-Analyse erzielt werden kann. Das Regressionsverfahren könnte aber auch schon deshalb nicht zur Anwendung kommen, weil eine Regressionsfunktion in den beteiligten Variablen gar nicht aufgestellt werden kann. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn die Menge der aleatorischen Größen variabel ist, d. h. nicht von vornherein festgelegt ist sondern von Zwischenergebnissen der Prozessentwicklung abhängt. Dies kann in relevanten Anwendungen durchaus vorkommen. Ist außerdem die Gesamtanzahl aller beteiligten Variablen sehr groß, so müsste man allein schon für die Aufstellung der Regressionsfunktion den Stichprobenumfang entsprechend erhöhen, was ggf. zu einem zu hohen Rechenaufwand führen kann.

Muss aus den oben genannten Gründen auf die Anwendung der regressionsbasierten approximativen Methode verzichtet werden, so kann die in Abschnitt 3.3 beschriebene alternative Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse verwendet werden. Ein Nachteil dieser Methode ist die eingeschränkte Form der

Unsicherheits- und Sensitivitätsaussage sowie der Umstand, dass zu ihrer Anwendung die MCDET-Analyse zwei Mal durchgeführt werden muss, was u. U. einen doppelten Aufwand des ohnehin schon hohen Rechenaufwands einer MCDET-Analyse bedeutet. Ein Vorteil besteht jedoch darin, dass der Aufwand nicht von der Anzahl der beteiligten Variablen abhängt und daher bei Problemen mit sehr vielen Variablen sogar geringer sein kann als der Aufwand für eine regressionsbasierte Analyse.

Zur Demonstration wird in Abschnitt 5.3 die alternative Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse auf die Ergebnisgröße P(H₂-Verbrennung) angewendet.

5.3 Anwendung der alternative Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse

Im vorliegenden Abschnitt soll die in Abschnitt 3.3 vorgeschlagene alternative Methodik einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse anhand des in Abschnitt 4 beschriebenen Anwendungsbeispiels erprobt werden. Die Ergebnisse dieser Analyse sind dann mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.1 und Abschnitt 5.2, d. h. mit den Ergebnissen aus der vollen zweistufigen Monte-Carlo-Simulation und der regressionsbasierten approximativen Analyse zu vergleichen. Zur Demonstration der Methode wird als probabilistische PSA-Ergebnisgröße die Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter betrachtet.

Da der Rechenaufwand für das Anwendungsbeispiel keine wesentliche Rolle spielt, konnte die alternative Methode gleich mehrmals mit unterschiedlichen Stichprobenumfängen durchgeführt werden. Damit ließ sich auch der Einfluss des Stichprobenumfangs auf die Ergebnisse der approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse nach dieser Methode bzgl. des Anwendungsbeispiels darstellen.

Gemäß Abschnitt 3.3 wird für die approximative epistemische Unsicherheitsaussage der Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ der interessierenden epistemischen Verteilung der bedingten Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung}|\epsilon)$ ermittelt. Die eigentliche Aussage zur Unsicherheit wird dann in Form des oberen Grenzwertes

$$\mu + 2 \cdot \sigma$$

ausgewiesen. Die folgende Tab. 5-5 zeigt die entsprechenden Ergebnisse zu unterschiedlichen Stichprobenumfängen N. Gemäß Abschnitt 3.3 werden 2 getrennte MCDET-Analysen mit jeweils N dynamischen Ereignisbäumen erzeugt.

Tab. 5-5 Ergebnisse der alternativen approximativen Unsicherheitsanalyse für die Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} | \varepsilon)$ für verschiedene Stichprobenumfänge N.

N	μ	σ	$\mu+2\sigma$
25	0.2428	0.0841	0.4110
50	0.2269	0.0914	0.4098
100	0.2252	0.0982	0.4216
200	0.2217	0.0997	0.4212
400	0.2074	0.0799	0.3672
800	0.2091	0.0934	0.3959
1000	0.2059	0.0951	0.3961

Die Werte der Tab. 5-5 kann man mit den Ergebnissen der MCDET-Analyse aus Abschnitt 5.1 vergleichen, die mit der vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation durchgeführt wurde und die in der Abbildung 5-3 dargestellt sind. Dort wurden die folgenden Werte ermittelt:

$$\mu = 0.209,$$

$$\sigma = 0.105$$

$$(\mu + 2\sigma = 0.4184)$$

$$95\text{-Quantil} = 0.3780.$$

Man erkennt schon bei niedrigen Stichprobenumfängen N eine relativ gute Übereinstimmung. Darüberhinaus tendieren die jeweiligen Werte von $\mu+2\sigma$ zur „sicheren Seite“ hin, d. h. sie übersteigen in der Regel das 95%-Quantil aus der

MCDDET-Analyse mit zweistufiger Monte-Carlo-Simulation. Die Ergebnisse der approximativen regressionsbasierten Analyse hingegen lieferten eher niedrigere Werte, d. h. sie tendierten eher zur „unsicheren Seite“ hin (s. Abschnitt 5.2). In dieser Hinsicht (Sicherheitsrelevanz) liefert die alternative approximative Methodik nach 3.3 zumindest in diesem Anwendungsbeispiel die unter dem Sicherheitsaspekt besseren, weil konservativen Ergebnisse.

Wie in 3.3 angedeutet, kann man unter geeigneten Verteilungsannahmen über den Typ der Verteilung der probabilistischen Ergebnisgröße, hier der bedingten Wahrscheinlichkeit $p(\text{H2-Verbrennung} | \epsilon)$, die Verteilungsparameter des angenommenen Verteilungstyps mit der sog. statistischen Momentenmethode berechnen. Aus diesen Verteilungsparametern lassen sich dann die gewünschten Quantile dieser Verteilung direkt angeben. Da es sich im vorliegenden Fall bei der betrachteten probabilistischen Ergebnisgröße um eine Wahrscheinlichkeit handelt, bietet sich als Verteilung dieser Wahrscheinlichkeit die Beta-Verteilung an. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(p)$ der Beta-Verteilung mit den Verteilungsparametern a und b ist gegeben durch:

$$f(p) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \cdot p^{a-1} \cdot (1-p)^{b-1}$$

Die Verteilungsparameter a und b dieser Beta-Verteilung kann man aus den zuvor ermittelten Werten für μ und σ mit Hilfe der bekannten Beziehungen

$$\mu = \frac{a}{a+b},$$

$$\sigma^2 = \frac{\mu(1-\mu)}{a+b+1}$$

bestimmen. Es ergeben sich daraus die folgenden Formeln zur Berechnung der Verteilungsparameter a und b :

$$a = \left(\frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right) \cdot \mu$$

$$b = \left(\frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right) \cdot (1-\mu)$$

Anschließend kann mit numerischen Methoden z. B. das 95%-Quantil $Q_{0,95}$ der Betaverteilung mit den Verteilungsparametern a und b berechnet werden. Die nachstehende Tabelle 5-5 zeigt die Verteilungsparameter der Betaverteilung und 95%-Quantile für dieselben Stichprobenumfänge N wie zuvor in Tab. 5-5.

Tab. 5-6 Verteilungsparameter einer Betaverteilung und 95%-Quantile aus der alternativen approximativen Unsicherheitsanalyse für die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(\text{H}_2\text{-Verbrennung} | V_i)_{i=1,\dots,N}$ für verschiedene Stichprobenumfänge N .

N	a	b	Q_{95}
25	6.0703	18.93	0.3924
50	4.5340	15.45	0.3920
100	3.8499	13.24	0.4040
200	3.6237	12.72	0.4039
400	5.1365	19.62	0.3515
800	3.7591	14.21	0.3799
1000	3.5175	13.57	0.3805

Wie die Werte aus Tab. 5-6 zeigen, wird auch in diesem Fall schon bei niedrigeren Stichprobenumfängen eine weitgehend akzeptable Übereinstimmung der 95%-Quantile mit dem entsprechenden Wert 0.378 aus der MCDET-Analyse mit zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation aus Abschnitt 5.1 erzielt. Tendenziell weisen die approximativen Werte wieder eine leichte Überschätzung des Vergleichswertes 0.378 aus Abschnitt 5.1 auf, d. h. eine Tendenz zur sicheren/konservativen Seite hin.

Abschließend werden in diesem Abschnitt noch die Ergebnisse der qualitativ-approximativen Sensitivitätsanalyse, die in Abschnitt 3.3 beschrieben wurde, bzgl. der Wahrscheinlichkeit $p(\text{H}_2\text{-Verbrennung} | \epsilon)$ einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter dargestellt.

Die folgenden Abb. 5-11 bis Abb. 5-15 zeigen für verschiedene Stichprobenumfänge N die Sensitivitätsindizes bezüglich der epistemischen Variablen 1,...,7 für die mit MCDET berechneten bedingten Wahrscheinlichkeiten einer Wasserstoffverbrennung $p(\text{H}_2\text{-Verbrennung} | \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{x})$ unter der Bedingung sowohl der epistemischen Variablen $\boldsymbol{\varepsilon}$ als auch der (stetigen) aleatorischen Variablen \mathbf{x} . Die daraus resultierende Parameterrangfolge kann man aber, wie in Abschnitt 3.3 gezeigt wurde, auch als eine Parameterrangfolge bezüglich der eigentlich interessierenden probabilistischen PSA-Ergebnisgröße, nämlich der bedingten Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung $p(\text{H}_2\text{-Verbrennung} | \boldsymbol{\varepsilon})$ unter der Bedingung von $\boldsymbol{\varepsilon}$ allein betrachten. Diese Parameterrangfolge ist dann mit derjenigen Rangfolge zu vergleichen, die sich aus der Sensitivitätsanalyse mit der vollen zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation (Abb. 5-5), sowie mit der Rangfolge aus der approximativen regressionsbasierten Analyse (Abb. 5-9) ergeben hat.

In allen Fällen wurde der „Standardisierte Regressionskoeffizient nach Pearson“ als Sensitivitätsmaß verwendet.

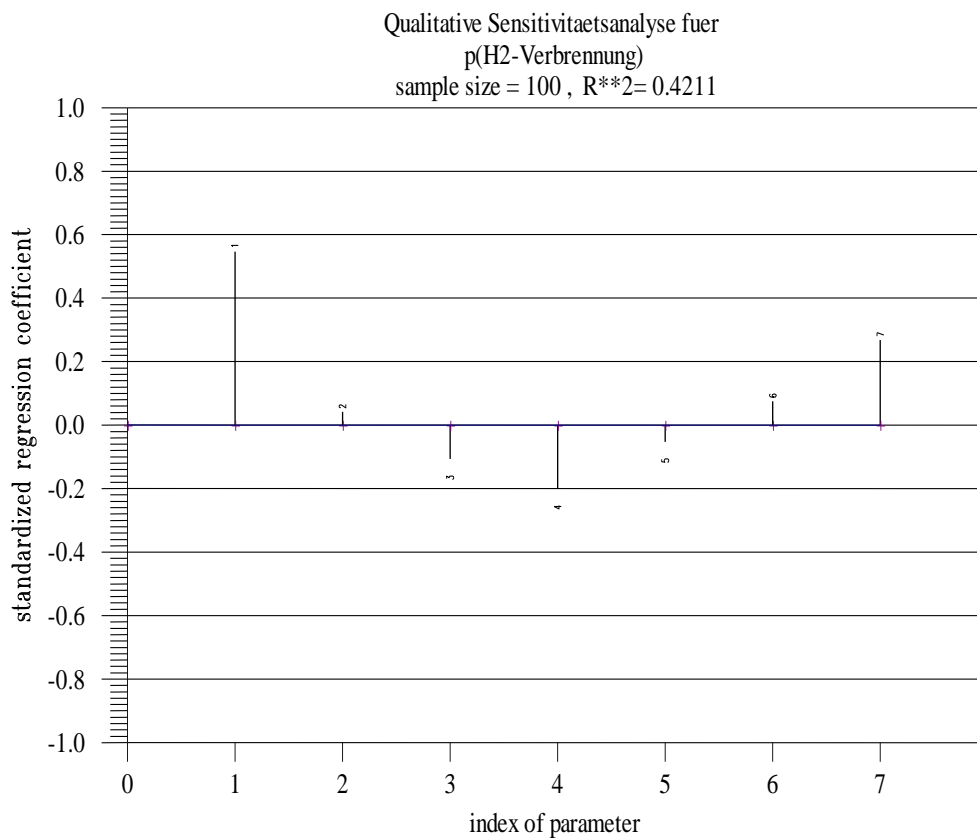


Abb. 5-11 Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} | \boldsymbol{\varepsilon})$ für Stichprobenumfang $N=100$.

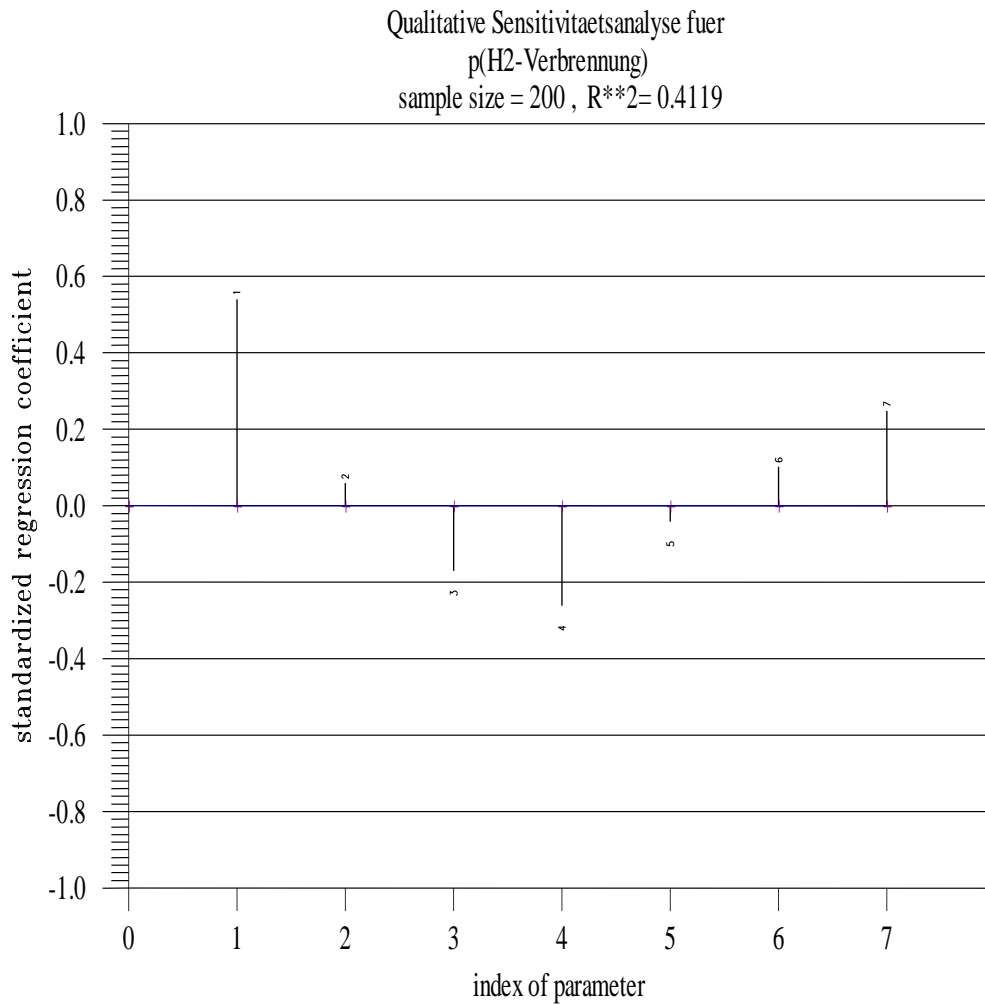


Abb. 5-12 Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für P(H₂-Verbrennung| ε) für Stichprobenumfang N=200.

Qualitative Sensitivitätsanalyse fuer
p(H2-Verbrennung)
sample size = 400 , $R^2 = 0.4335$

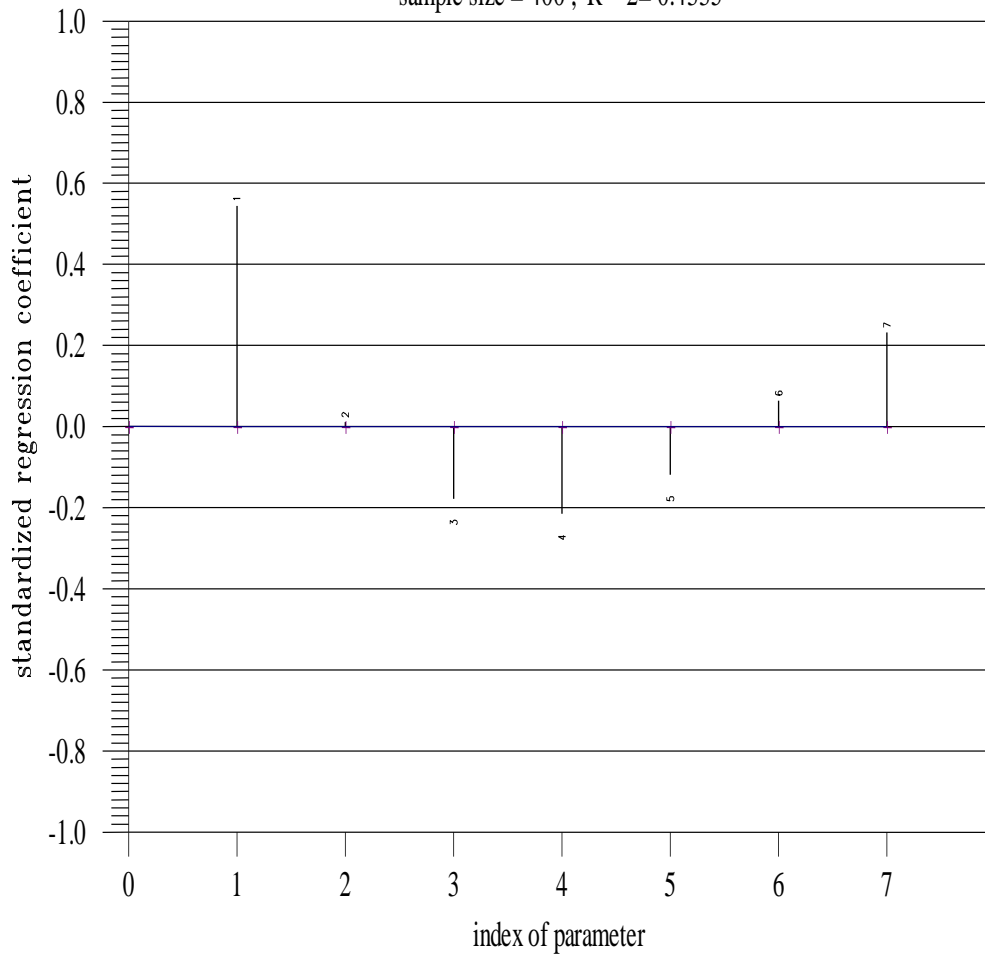


Abb. 5-13 Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für P(H2-Verbrennung| ϵ) für Stichprobenumfang N= 400.

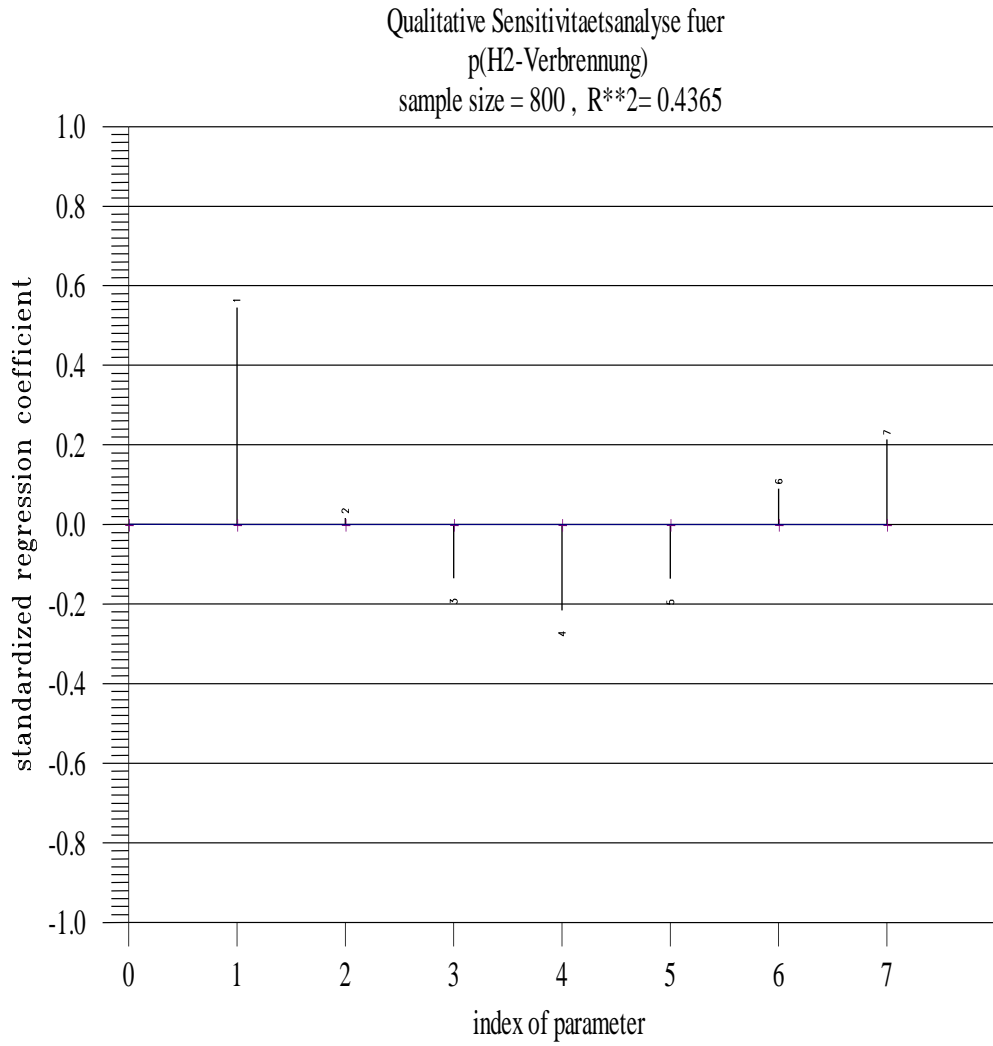


Abb. 5-14 Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für P(H2-Verbrennung| ε) für Stichprobenumfang N = 800.

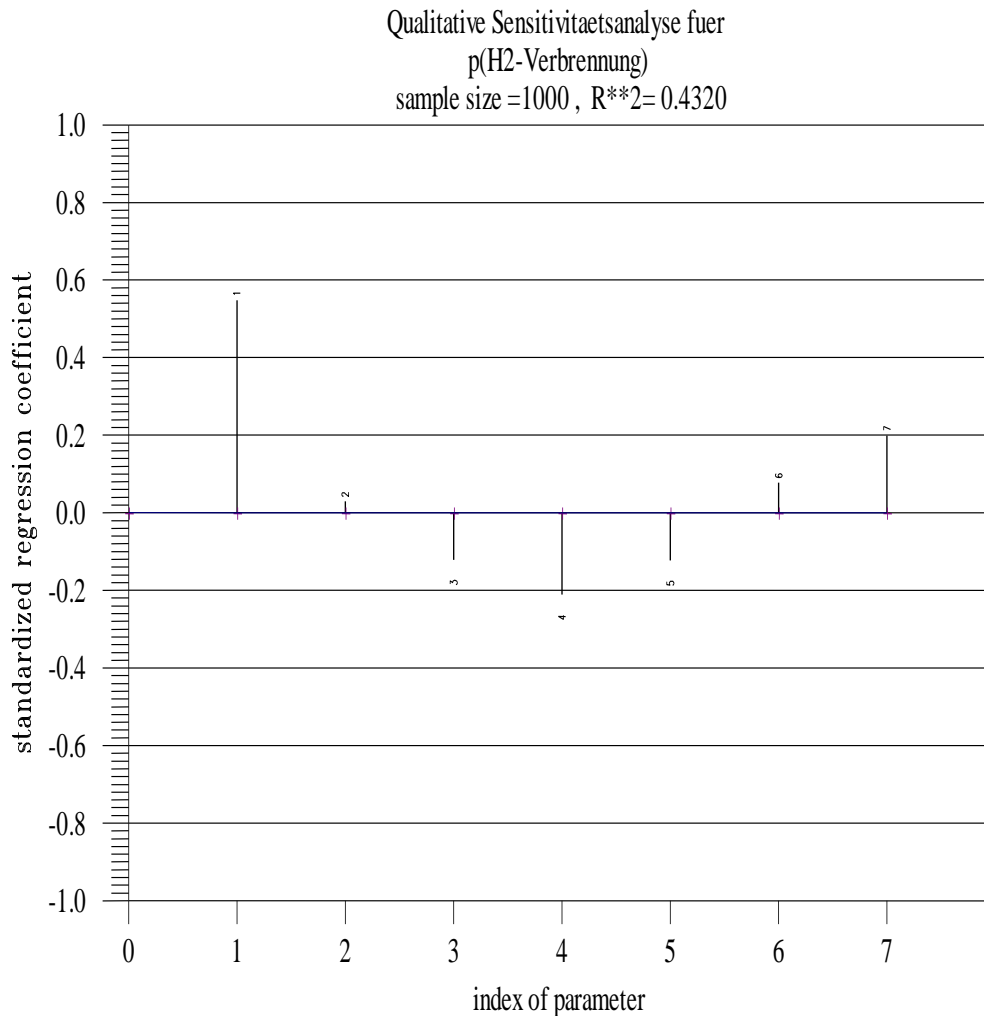


Abb. 5-15 Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für P(H₂-Verbrennung| ϵ) für Stichprobenumfang N = 1000.

Der Vergleich dieser Abbildungen mit Abb. 5-5 zeigt, dass die qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse nach 3.3 bzgl. der Ergebnisgröße P(H₂-Verbrennung| ϵ) zu der gleichen Parameterrangfolge führt, wie die Sensitivitätsanalyse auf der Basis der MCDET-Analyse mit voller zweistufiger Monte-Carlo-Simulation. Die gute Übereinstimmung wird schon ab Stichprobenumfang N=100 erreicht und betrifft alle sieben Parameter, also auch die weniger einflussreichen unter ihnen.

Insgesamt hat sich bzgl. des vorliegenden Anwendungsbeispiels auch die alternative Methode zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse bewährt. Ihre Aussagen wurden mit einem moderaten Rechenaufwand erzielt und stimmen weitgehend überein mit den Aussagen der Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse auf

der Basis der MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation.

5.4 Vorgehen für eine effiziente approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse

Da die in den Abschnitten 3.2 und 3.3 beschriebenen Methoden zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse jeweils ihre spezifischen Vor- und Nachteile haben, soll in diesem Abschnitt ein Vorgehen vorgeschlagen werden, mit dem unter Einbeziehung der beschriebenen alternativen Methoden eine approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse möglichst effizient, d. h. mit möglichst wenig zusätzlichem Rechenaufwand durchgeführt werden kann.

Zu einer möglichst effizienten Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse wird folgendes Vorgehen vorgeschlagen: Als Ausgangspunkt wird dabei eine MCDET-Analyse betrachtet, bei der die in der MCDET-Analyse über Monte-Carlo-Simulation berücksichtigten aleatorischen und epistemischen Größen gemeinsam variiert werden.

- i) Für die durchzuführende MCDET-Analyse wird bereits bei der Modellerstellung überprüft, ob die regressionsbasierte approximative Methode bzgl. der zugrundeliegenden Problemstellung grundsätzlich angewendet werden kann. Dabei sind insbesondere die Fragen zu beantworten, ob a) die Verteilungsparameter der aleatorischen bzw. epistemischen Variablen von Prozessgrößen bestimmt werden und b) ob die Anzahl der Variablen nicht zu groß ist, um die Anpassung einer multiplen Regressionsfunktion bei gegebenem Stichprobenumfang von Ergebnissen einer MCDET-Analyse vernünftig begründen zu können.
- ii) Wenn die Anwendung der regressionsbasierten approximativen Methode grundsätzlich möglich ist, werden an die Ergebnisse der MCDET-Analyse, bei der die aleatorischen und epistemischen Größen gleichzeitig variiert wurden, entsprechende multiple Regressionsfunktionen angepasst. Ist die Anpassung der Regressionsfunktionen an die jeweils interessierenden Prozessgrößen hinreichend genau (z. B. $R^2 > 0.6$), werden unter Verwendung der Regressionsfunktionen die aleatorischen und epistemischen Größen über eine doppelte Simulationsschleife getrennt berücksichtigt. Für die über

die Regressionsfunktionen ermittelten approximativen Ergebnisse wird eine Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse durchgeführt.

- iii) Gelangt man bei der Überprüfung der in i) gestellten Fragen zu der Entscheidung, dass die Anwendung der regressionsbasierten approximativen Methode für das zugrundeliegende Modell nicht sinnvoll ist, so wird zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse die in Abschnitt 3.3 beschriebene alternative Methode angewendet. Das gleiche gilt, wenn die Anpassung der multiplen Regressionsfunktionen an die Ergebnisse der MCDET-Analyse zu ungenau ist. Für die Anwendung der alternativen approximativen Methode, muss eine zweite MCDET-Analyse mit verändertem Parametersatz bzgl. der aleatorischen Variablen durchgeführt werden. Unter Verwendung der Ergebnisse aus den beiden unabhängig voneinander durchgeführten MCDET-Analysen werden die approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen gemäß der in Abschnitt 3.3. beschriebenen Methode hergeleitet.

Die beschriebene Vorgehensweise zu einer möglichst effizienten Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse wird zur besseren Übersicht in Abb. 5-16 nochmals in einem Flussdiagramm dargestellt.

6 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

Eine epistemische Unsicherheitsanalyse hat im Rahmen einer PSA zum Ziel, die Unsicherheiten in probabilistischen PSA-Aussagen zu quantifizieren, die sich durch Kenntnisstandunsicherheiten z. B. in den Parametern des probabilistischen Modells oder Experteneinschätzungen ergeben. Durch die Sensitivitätsanalyse können diejenigen epistemischen Größen identifiziert werden, deren Kenntnisstandunsicherheiten den größten Einfluss auf die PSA-Ergebnisunsicherheiten haben. Damit erhält man Informationen über diejenigen unsicheren Einflussgrößen, bei denen eine Verbesserung des Kenntnisstandes den größten Beitrag zur Verringerung der PSA-Ergebnisunsicherheit liefert und somit die Bemühungen zur Verbesserung des Kenntnisstandes möglichst effizient gestaltet werden können.

Wenn in einer probabilistischen Dynamikanalyse mittels MCDET-Analyse aus Gründen der Rechenzeiterparnis die aleatorischen und epistemischen Größen gemeinsam variiert werden, dann kann der spezielle Einfluss der epistemischen Größen auf die Unsicherheit der probabilistischen Aussagen nicht über die übliche Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse quantifiziert werden. Dazu wäre eine getrennte Analyse von aleatorischen und epistemischen Größen erforderlich, die über eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation durchgeführt werden kann, wobei in der äußeren Simulationsschleife die Variation der epistemischen Größen und in der inneren Simulationsschleife die Variation der aleatorischen Größen durchgeführt wird. Eine MCDET-Analyse unter Verwendung einer zweistufigen Monte-Carlo-Simulation beansprucht in der Regel jedoch einen zu hohen Aufwand an Rechenzeit und ist daher nicht praktikabel.

Um gemäß dem Stand von Wissenschaft und Technik dennoch epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen im Rahmen einer MCDET-Analyse zu ermöglichen, müssen entsprechende alternative Methoden entwickelt werden. In /HOF 01/ wurden erste theoretische Überlegungen dazu durchgeführt und es wurde eine Methode zur approximativen Unsicherheitsanalyse vorgeschlagen. Es hat sich herausgestellt, dass diese Methode zu unplausiblen Ergebnissen führen kann. Bisher steht keine zufriedenstellende Methode zur Verfügung, mit der im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mittels MCDET eine epistemische Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden kann und demzufolge für eine MCDET-Analyse keine entsprechenden Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen gemacht werden können.

Um diese Lücke zu schließen, wurden in der vorliegenden Arbeit zwei alternative Methoden entwickelt und erprobt, mit denen zumindest approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen hergeleitet werden können. Beide Methoden basieren auf MCDET Rechenläufen, bei denen im Rahmen einer einstufigen Monte-Carlo-Simulation aleatorische und epistemische Variable gemeinsam variiert werden und benötigen daher weit weniger Rechenläufe als die Analyse auf der Basis einer zweistufig geschachtelten Monte-Carlo-Simulation.

Die Grundidee der ersten Methode besteht in der Anpassung multipler Regressionsfunktionen an interessierende Ergebnisgrößen aus der MCDET-Analyse. Unter Verwendung der angepassten Regressionsfunktionen erfolgt eine nachträgliche getrennte Betrachtung der aleatorischen und epistemischen Größen über eine zweistufige Simulationsschleife. Für die über die multiplen Regressionsfunktionen ermittelten approximativen Ergebnisse kann man dann eine Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse in gewohnter Weise durchführen.

Bei sehr komplexen und rechenzeitintensiven Analysen, wie sie in der Praxis zu erwarten sind, kann jedoch die Erzeugung von multiplen Regressionsfunktionen, abgesehen von der Qualität ihrer Anpassung, problematisch bzw. unmöglich sein. Für solche Fälle wurde deshalb eine alternative Methode zur Durchführung einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse entwickelt. Der Vorteil dieser Methode ist, dass sie nahezu ohne jede Einschränkung anwendbar und unabhängig von der Anzahl der beteiligten Variablen ist. Der Nachteil besteht allerdings darin, dass die MCDET-Analyse zweimal mit jeweils unterschiedlichen Parametersätzen durchgeführt werden muss. In der zweiten MCDET-Analyse werden die Werte der aleatorischen Größen neu ausgespielt, während die Werte der epistemischen Größen die gleichen bleiben wie bei der ersten durchgeführten MCDET-Analyse.

Um die entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse zu erproben und ihre Qualität abzuschätzen, wurden sie an einem konkreten Anwendungsbeispiel erprobt. Bei dem Anwendungsbeispiel handelt es sich um ein vereinfachtes dynamisches Modell zur Wasserstoffverbrennung im Containment, das in der Arbeitsgruppe „PSA Level 2“ im Rahmen des SARNET-Projekts für Benchmark-Rechnungen erstellt wurde. Das Anwendungsbeispiel bietet den Vorteil, dass das dynamische Modell relativ einfach ist und eine zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mittels der MCDET-Methode mit einem moderaten Rechenaufwand durchgeführt werden kann. Damit

lassen sich die mit den entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse erzielten Ergebnisse mit den Unsicherheits- und Sensitivitätsaussagen aus der MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation vergleichen und bewerten.

Die Ergebnisse aus der approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse, die sich über die Methode des multiplen Regressionsverfahrens ergeben haben, stimmen relativ gut mit denen überein, die man aus der Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse bzgl. der MCDET-Analyse mit zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation erhalten hat. Insbesondere stimmen die Aussagen der approximativen Sensitivitätsanalyse fast genau mit den Sensitivitätsaussagen aus der MCDET-Analyse mit voller zweistufiger Monte-Carlo-Simulation überein. Diese relativ guten Übereinstimmungen konnten trotz der teilweise nur mäßigen Anpassungen der multiplen Regressionsfunktionen erzielt werden. Allerdings neigten die Ergebnisse dieser Methode bei dieser Anwendung zu einer leichten Verschiebung der Verteilung der untersuchten probabilistischen Ergebnisgrößen zu kleineren Werten hin.

Die Ergebnisse der approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse, die über die alternative Methode bei doppelter Ausführung der MCDET-Analyse ermittelt wurden, konnten schon bei niedrigeren Stichprobenumfängen mit $2 \cdot N$ dynamischen Ereignisbäumen ($N=100$) als weitgehend akzeptabel betrachtet werden. Tendenziell neigten die approximativen Werte zu einer leichten Überschätzung der Verteilung der untersuchten probabilistischen Ergebnisgröße, also zur sicheren Seite hin. Die zugehörige qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse hat zu der gleichen Parameterrangfolge geführt, wie die Sensitivitätsanalyse, die auf der Basis der MCDET-Analyse mit voller zweistufiger Monte-Carlo-Simulation durchgeführt worden ist.

Insgesamt betrachtet, konnten bzgl. des vorliegenden Anwendungsbeispiels mit beiden entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse brauchbare bis gute Ergebnisse erzielt werden.

Da beide entwickelten Methoden zur approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse jeweils ihre speziellen Vor- und Nachteile aufweisen, wurde eine Vorgehensweise vorgeschlagen, mit der unter Einbeziehung der entwickelten alternativen Methoden eine approximative Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer probabilistischen Dynamikanalyse mit MCDET auf eine möglichst

effiziente Weise, d. h. mit möglichst wenig zusätzlichem Rechenaufwand, durchgeführt werden kann. Die vorgeschlagene Vorgehensweise basiert auf einer Auswahl einer der beiden alternativen Methoden in Abhängigkeit von den Randbedingungen (Rechenzeit, Anzahl der aleatorischen und epistemischen Variablen etc.), die im Rahmen der MCDET-Analyse vorliegen.

7 Literatur

- /ASE 97/ Asensio E. M., Mulas A. P., Izquierdo-Rocha J. M.
On the application of the ISA methodology to the study of accident sequence precursors, Proceedings of the ESREL'97 conference, C.G. Soares (ed.), Elsevier Science, 1997.
- /COJ 96/ Cojazzi G.
The DYLAM approach for the dynamic reliability analysis of systems, Reliability Engineering and System Safety 52 (1996) 279-296.
- /HOF 01/ Hofer E., Kloos M., Krzykacz-Hausmann B., Peschke J., Sonnenkalb M.:
Methodenentwicklung zur simulativen Behandlung der Stochastik in probabilistischen Sicherheitsanalysen der Stufe 2, GRS-A-2997, Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit, Garching (2001).
- /HSU 96/ Hsueh K.S., Mosleh A.
The development and application of the accident dynamic simulator (ADS) for dynamic probabilistic risk assessment of nuclear power plants, Reliability Engineering and System Safety 52 (1996) 297-314.
- /KLS 06/ Kloos M., Hofer E.
SUSA-AB, A Program System for Uncertainty and Sensitivity Analysis Including Type A and Type B Uncertainties, Version 1.0, User's Guide and Tutorial, Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS) mbH, Garching, April 2006
- /LAB 00/ Labeau P.E., Smidts C., Swaminathan S.:
Dynamic reliability: towards an integrated platform for probabilistic risk assessment, Reliability Engineering and System Safety 68 (2000) 219-254.
- /PES 06/ Peschke, J., Kloos, M., Faßmann, W., Sonnenkalb, M.:
Methodenentwicklung für die Berücksichtigung menschlicher Eingriffe im Rahmen einer dynamischen PSA der Stufen 1 und 2, GRS-A-3220, Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit, Garching, August 2006.

- /RAI 05/ Raimond E., Chaumont B.:
Specification of a benchmark exercise relative to hydrogen combustion for application of dynamic reliability methods, SARNET Workpackage 5.3 - Level 2 PSA, IRSN, France, 2005.
- /SIU 94/ Siu N.:
Risk assessment for dynamic systems: An overview, Reliability Engineering and System Safety 43 (1994) 43-73.

8 **Abbildungsverzeichnis**

Abb. 4-1	Druck im Sicherheitsbehälter (ohne Aktivierung des Sprühsystems) . 46
Abb. 4-2	Druck im Sicherheitsbehälter (mit Aktivierung des Sprühsystems) 46
Abb. 4-3	Masse verschiedener Gase im Sicherheitsbehälter (ohne Aktivierung des Sprühsystems)..... 47
Abb. 4-4	Masse verschiedener Gase im Sicherheitsbehälter (mit Aktivierung des Sprühsystems) 47
Abb. 4-5	Wasserstoff-Massenstromrate (kg/s) zur Wasserstofferzeugung im Sicherheitsbehälter (ohne Wassereinspeisung in den Kern)..... 51
Abb. 4-6	Zeitlicher Verlauf der Dampfmasse (kg) im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems 54
Abb. 4-7	Dreistoff-Diagramm 58
Abb. 4-8	Grenzwerte der molaren Anteile von Wasserstoff zur Entzündbarkeit und Zündung des Gasmischs im Sicherheitsbehälter 60
Abb. 5-1	Verteilungsfunktionen der Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \mid V_i)$, dass eine Wasserstoffverbrennung auftritt unter der Bedingung der epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 78
Abb. 5-2	Verteilungsfunktionen der Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} \mid V_i)$, dass eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck $> 5 \text{ bar}$ auftritt unter der Bedingung der epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 79
Abb. 5-3	Verteilung der mittleren Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung im Sicherheitsbehälter..... 81
Abb. 5-4	Verteilung der mittleren Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung mit einem Spitzendruck $> 5 \text{ bar}$ 82
Abb. 5-5	Standardisierter Regressionskoeffizient nach Pearson für die epistemischen Parameter 1-7 bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ 83
Abb. 5-6	Standardisierter Regressionskoeffizient nach Pearson für die epistemischen Parameter 1-7 bzgl. der mittleren Wahrscheinlichkeit $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ 84
Abb. 5-7	Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung (i) approximativ über multiple Regressionsfunktionen (schwarze Kurve) und (ii) aus MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation (rote Kurve) 88

Abb. 5-8	Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit für eine Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar (i) approximativ über multiple Regressionsfunktionen (schwarze Kurve) und (ii) aus MCDET-Analyse mit voller zweistufig geschachtelter Monte-Carlo-Simulation (rote Kurve) 90
Abb. 5-9	Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse aus der approximativen Methode über multiple Regressionsfunktionen bzgl. der Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung})$ 92
Abb. 5-10	Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse aus der approximativen Methode über multiple Regressionsfunktionen bzgl. der Ergebnisgröße $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar})$ 93
Abb. 5-11	Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \epsilon)$ für Stichprobenumfang $N=100$ 99
Abb. 5-12	Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \epsilon)$ für Stichprobenumfang $N=200$ 100
Abb. 5-13	Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \epsilon)$ für Stichprobenumfang $N= 400$ 101
Abb. 5-14	Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \epsilon)$ für Stichprobenumfang $N = 800$ 102
Abb. 5-15	Qualitativ-approximative Sensitivitätsanalyse für $P(\text{H}_2\text{-Verbrennung} \epsilon)$ für Stichprobenumfang $N = 1000$ 103
Abb. 5-16	Flussdiagramm zum effizienten Vorgehen einer approximativen Unsicherheits- und Sensitivitätsanalyse im Rahmen einer MCDET-Analyse 106

9 Tabellenverzeichnis

Tab. 4-1	Ereignisablauf, wenn Sprühsystem nicht aktiviert wird und keine weiteren Maßnahmen ergriffen werden 44
Tab. 4-2	Ereignisablauf, wenn Sprühsystem aktiviert wird und keine weiteren Maßnahmen ergriffen werden..... 45
Tab. 4-3	Ausgangszustand des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter 49
Tab. 4-4	Wasserstoff-Massenstromrate zur Wasserstoffentwicklung im Sicherheitsbehälter (ohne Wassereinspeisung in den Kern)..... 50
Tab. 4-5	Zeitliche Entwicklung der Dampfmasse im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems 54
Tab. 4-6	Entwicklung der durchschnittlichen Temperatur des Gasgemischs im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems..... 55
Tab. 4-7	Entwicklung des Drucks im Sicherheitsbehälter nach Aktivierung des Sprühsystems 55
Tab. 4-8	Grenzwerte der molaren Anteile (in %) von Wasserstoff, die bei gegebenem Anteil von Wasserdampf ein entzündbares Gasgemisch bilden 59
Tab. 4-9	Unsicherheiten der Zeiten, zu denen die angegebenen Werte der Dampfmasse nach Aktivierung des Sprühsystems erreicht werden... 65
Tab. 4-10	Polygonverteilung zur Beschreibung der Unsicherheiten bzgl. des Versagensdrucks P_{crit} des Sicherheitsbehälters..... 68
Tab. 5-1	Mittelwert, Standardabweichung und 95%-Quantil der bedingten Verteilungen der probabilistischen Ergebnisgröße $P(H_2\text{-Verbrennung} V_i)_{i=1,\dots,5}$ bzgl. der gegebenen epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 80
Tab. 5-2	Mittelwert, Standardabweichung und 95%-Quantil der bedingten Verteilungen der probabilistischen Ergebnisgröße $P(\text{Spitzendruck} > 5 \text{ bar} V_i)_{i=1,\dots,5}$ bzgl. der gegebenen epistemischen Vektoren V_1, \dots, V_5 80
Tab. 5-3	Quantile und Mittelwert der Verteilungen der (mittleren) Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung, die über die regressionsbasierte approximative Methode und über die volle zweistufig geschachtelte Monte-Carlo-Simulation ermittelt wurden.... 88
Tab. 5-4	Quantile, Mittelwert und Standardabweichung der Verteilung der (mittleren) Wahrscheinlichkeit einer Wasserstoffverbrennung mit Spitzendruck > 5 bar, die über die regressionsbasierte approximative

	Methode und über die zweistufig geschachtelte Simulationsschleife ermittelt wurden.....	90
Tab. 5-5	Ergebnisse der alternativen approximativen Unsicherheitsanalyse für die Wahrscheinlichkeit $P(\text{H2-Verbrennung} \varepsilon)$ für verschiedene Stichprobenumfänge N	96
Tab. 5-6	Verteilungsparameter einer Betaverteilung und 95%-Quantile aus der alternativen approximativen Unsicherheitsanalyse für die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(\text{H2-Verbrennung} V_i)_{i=1, \dots, N}$ für verschiedene Stichprobenumfänge N	98

10 Verteiler

		Exemplare: gedruckte Form	Exemplare: pdf
BMWi			
Referat III B 4		1 x	
GRS-PT/B			
Internationale Verteilung	(FIZ)	40 x	
Projektbegleiter	(stu)	3 x	1 x
GRS			
Geschäftsführung	(wfp, stj)		je 1 x
Bereichsleiter	(erv, paa, prg, rot, stc, ver, zir)		je 1 x
Abteilungsleiter	(som, gls, vek, poi)		je 1 x
Projektleitung	(row)	2 x	1 x
Projektbetreuung	(wal, bna)		1 x
Informationsverarbeitung	(nit)		1 x
Autor	(pej, krb)	je 1 x	je 1 x
Bibliothek	(Köln)	1 x	
Gesamtauflage		Exemplare	49

**Gesellschaft für Anlagen-
und Reaktorsicherheit
(GRS) mbH**

Schwertnergasse 1
50667 Köln
Telefon +49 221 2068-0
Telefax +49 221 2068-888

Forschungszentrum
85748 Garching b. München
Telefon +49 89 32004-0
Telefax +49 89 32004-300

Kurfürstendamm 200
10719 Berlin
Telefon +49 30 88589-0
Telefax +49 30 88589-111

Theodor-Heuss-Straße 4
38122 Braunschweig
Telefon +49 531 8012-0
Telefax +49 531 8012-200

www.grs.de